

উচ্চতর গণিত (স্মজনশীল) তত্ত্বায়

সময়: ২ ঘণ্টা

পূর্ণমান: ৪০

[দ্রষ্টব্য: প্রত্যেক বিভাগ হতে ন্যূনতম একটি করে মোট ৪টি প্রশ্নের উভয় দাও।]

'ক' বিভাগ (বীজগণিত)

১. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ এবং $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ফাংশনদ্বয় $f(x) = x^3 + 5$ এবং $g(x) = (x - 5)^{\frac{1}{3}}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত।

- ক. অন্তর্বর্তী এবং এক-এক ফাংশন কাকে বলে? ২
 খ. দেখাও যে, f ফাংশনটি এক-এক। ৮
 গ. দেখাও যে, $g = f^{-1}$. ৮

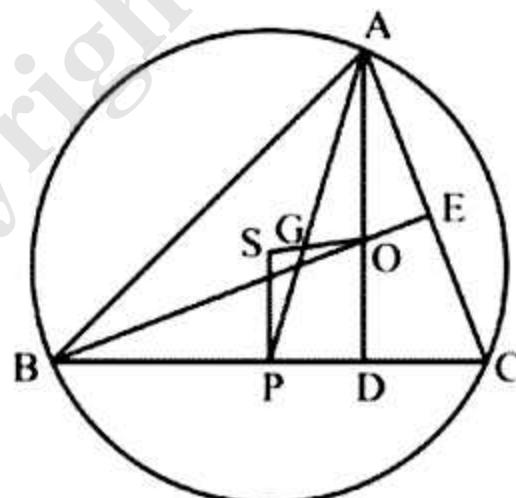
২. একটি সূচকীয় রাশি বিবেচনা করি, $\left\{ \left(x \frac{1}{a} \right) \frac{a^2 - b^2}{a - b} \right\} \frac{a}{a + b}$
 ক. রাশিটিকে সরলীকরণ কর । ২

- খ. প্রদত্ত রাশিটি $= 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{-1}{3}}$ হলে, দেখাও যে $2x^3 - 6x = 5$. ৮

- গ. প্রদত্ত রাশিটি $= (a + b)^{\frac{1}{3}} + (a - b)^{\frac{1}{3}}$ এবং $a^2 - b^2 = c^3$ হয় তাহলে,
 দেখাও যে, $x^3 - 3cx - 2a = 0$ এবং a ও c এর কোন মানের জন্য x ও
 g থেকে প্রাপ্ত সমীকরণ একই সমীকরণ নির্দেশ করে। ৮

'খ' বিভাগ (জ্যামিতি, স্থানাঙ্ক জ্যামিতি, ঘন জ্যামিতি ও ভেট্টর)

৩.



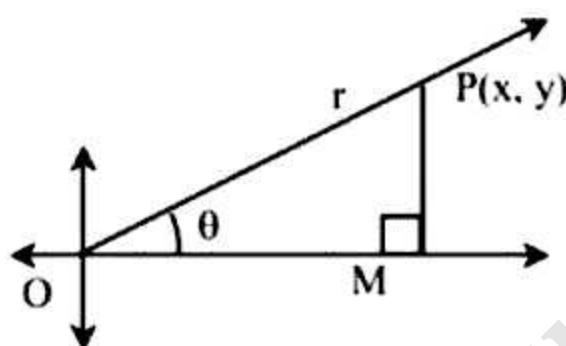
চিত্রে S, G ও O যথাক্রমে ত্রিভুজটির পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র এবং লম্ববিন্দু।

- ক. $\triangle ABC$ ত্রিভুজের সাপেক্ষে একটি নববিন্দু বৃত্ত আঁকা হলে সেটি চিত্র
 প্রদর্শিত কোন কোন বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করবে? ২
 খ. প্রমাণ কর যে, $\triangle ABC$ ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র এবং লম্ববিন্দু
 সমরেখ। ৮
 গ. ভেট্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2(3\overrightarrow{SP} - \overrightarrow{SO})$ ৮

৪. একটি আইসক্রীম কোম্পানী প্রতিদিন 5000টি কোণ আইসক্রীম তৈরি করে। প্রতিটি কোণ আইসক্রীমের উপরের অংশটি অর্ধগোলক এবং নিচের অংশ কোণক আকৃতির। প্রতিটির দৈর্ঘ্য 12 সে.মি।
- ক. অর্ধগোলক আকৃতি অংশের উচ্চতা 4 সে.মি. হলে কোণকের হেলানো তলের উচ্চতা কত? ২
- খ. সম্পূর্ণ একটি আইসক্রীমের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত? ৮
- গ. কোম্পানীর প্রতিদিন আইসক্রীম উৎপাদনের জন্য কয়টি 50 সে.মি. ধারবিশিষ্ট আইসকিউব লাগবে? ৮

'গ' বিভাগ (জ্যিকোগমিতি ও সম্ভাবনা)

৫.



- ক. r কে x ও y এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
- খ. $\tan\theta + \sec\theta = P$ ধরে $\sin\theta$ এর মান P এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৮
- গ. $0^\circ < \theta < 2\pi$ বিবেচনা করে, $2\sin\theta \cos\theta = \sin\theta$ সমীকরণটির সমাধান কর। ৮
৬. একটি থলেতে একই ধরনের ৬টি কালো, ৫টি লাল ও ৪টি সাদা মার্বেল আছে। থলে হতে একটি মার্বেল দৈবভাবে নির্বাচন করা হলো।
- ক. কত উপায়ে মার্বেলটি নির্বাচন করা যায়? ২
- খ. মার্বেলটি (i) লাল হওয়ার সম্ভাবনা কত? (ii) কালো না হওয়ার সম্ভাবনা কত? ৮
- গ. মার্বেলটি,
- (i) হলুদ হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।
- (ii) কালো অথবা সাদা হওয়ার সম্ভাবনা বের কর। ৮

উত্তরমালা

২. ক. x খ. $c = 1$, $a = \frac{5}{4}$

৩. ক. ৮.৯৫ সে.মি., খ. ২১৩ বর্গসে.মি., গ. ১।টি;

৫. ক. $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ খ. $\sin\theta = \frac{p^2 - 1}{p^2 + 1}, -1$ গ. $\frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}$.

৬. ক. ১৯, খ. $\frac{5}{19}, \frac{13}{19}$; গ. ০, $\frac{14}{19}$

সময়: ৩৫ মিনিট

পূর্ণমান: ৩৫

দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উভয়পত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের
বিপরীতে এদত্ত বর্ণ সম্বলিত বৃত্ত সমূহ হতে সঠিক উভয়ের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম
ধারা সম্পূর্ণ ভরাটি কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান - ১। সকল প্রশ্নের উভয় দিতে হবে।।

১. সার্বিক সেট $U = \{x \in \mathbb{Z} : 0 < x \leq 10\}$ এর সূচীটিউপসেট $A = \{x \in \mathbb{Z} : 3 < x \leq 10\}$ এবং $B = \{x \in \mathbb{Z} : 0 < x \leq 7\}$ হলে—

- i. $A' \subseteq B$
- ii. $B' \subset A$
- iii. $A \subset B$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (A) i ও ii
- (B) i ও iii
- (C) ii ও iii
- (D) i, ii ও iii

২. $F(x) = \frac{1}{3x-2}$ ধারা বর্ণিত কানুনের জেন কোনটি?

- (A) R
- (B) $R - \left\{ \frac{2}{3} \right\}$
- (C) $R - \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$
- (D) R - {0}

৩. R এর প্রস্তুত উপসেট P হলে নিচের কোনটি সঠিক?

- (A) $P \subset R$
- (B) $R \subset P$
- (C) $P \subseteq R$
- (D) $R \subseteq P$

৪. $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ এর মান—

- i. $(x+y+z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$
- ii. $(x+y+z)(x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + zx)$
- iii. $\frac{1}{2}(x+y+z)[(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2]$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (A) i ও ii
- (B) i ও iii
- (C) ii ও iii
- (D) i, ii ও iii

নিচের অঙ্কে (৫ ও ৬) নজর প্রশ্নের উভয় দাতা:

$$\frac{x-5}{(x+1)(x-2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2} \text{ যেখানে } A \text{ ও } B \text{ মূলদ সংখ্যা}$$

৫. A এর মান কত?

- (A) -3
- (B) -2
- (C) 1
- (D) 2

৬. আর্শিক ভগ্নাংশটির প্রকাপিত রূপ কোনটি?

- (A) $\frac{2}{x+1} + \frac{1}{x-2}$
- (B) $\frac{1}{x+1} - \frac{3}{x-2}$
- (C) $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-2}$
- (D) $\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x-2}$

৭. ΔABC এ $AD \perp BC$ এবং AE, BC এর উপর সম্মুখী হলে, একাপেলোনিয়াসের উপশাস্ত অনুধাবী নিচের কোনটি সঠিক?

- (A) $AB^2 + AC^2 = 2BD^2$
- (B) $AC^2 + AB^2 = 2CD^2 + 2AE^2$
- (C) $AB^2 + AD^2 = 2BE^2 + 2DE^2$
- (D) $AB^2 + AC^2 = 2BE^2 + 2AE^2$

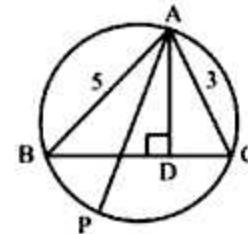
৮. নববিল্প বৃত্তে—

- i. নব্যটি বিন্দু একই বৃত্তের উপর অবস্থান করে।
- ii. ব্যাসার্ধ, ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধের অর্ধেকের সমান।
- iii. ব্যাসার্ধ, ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধের দ্বিগুণ।

নিচের কোনটি সঠিক?

- (A) i ও ii
- (B) i ও iii
- (C) ii ও iii
- (D) i, ii ও iii

৯.



উপরের বৃত্তটির ব্যাসার্ধ 3 সে.মি. হলে, AD = কত?

- (A) 5.0 সে.মি.
- (B) 2.5 সে.মি.
- (C) 1.7 সে.মি.
- (D) 1.3 সে.মি.

নিচের অঙ্কের আঙ্কে 10 ও 11 নং প্রশ্নের উভয় দাতা:

সমষ্টিবাহু ত্রিভুজের ভূমি 5 সে.মি. এবং সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি।

১০. ত্রিভুজটির শীর্ষবিন্দু থেকে ভূমির উপর অক্ষিত স্থানের দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?

- (A) 3
- (B) 6.5
- (C) 30
- (D) 5.45

১১. ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ কত সে.মি.?

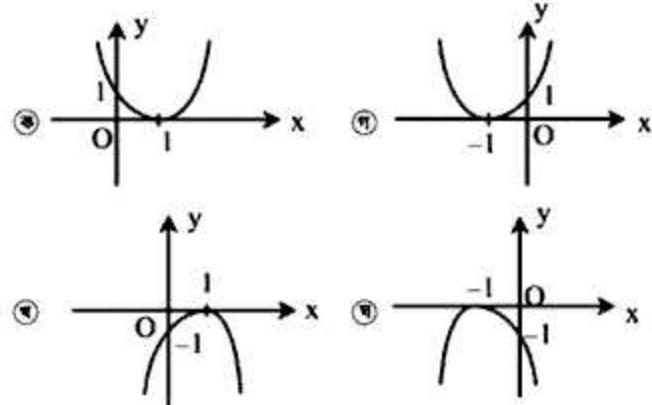
- (A) 3.3
- (B) 6.6
- (C) 11
- (D) 30

১২. $(1+x)^3 = 2$ হলে x এর মান কত?

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 7

১৩. সূচীটি খালুক সংখ্যার বর্ণের সমষ্টি 250। সংখ্যা সূচীটির গুপ্তকল 117 হলে, সংখ্যার নিচের কোনটি?

- (A) 9, 13
- (B) 25, 10
- (C) 15, 5
- (D) 3, 39

১৪. $y = (x-1)^2$ সমীকরণের স্থানিক নিচের কোনটি?১৫. $3x - 3 < \frac{3}{2}$ অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি?

- (A) $x < \frac{1}{2}$
- (B) $x < \frac{2}{3}$
- (C) $x < \frac{3}{2}$
- (D) $x < 2$

১৬. একজন ছাত্র 3 টাকা দরে xটি কলম ও 2 টাকা দরে $(x+2)$ টি খাতা কিনেছে। সেটি মুল 104 টাকার কম নয়। সে সরবিল্প কতটি কলম কিনতে পারে?

- (A) 20
- (B) 18
- (C) 12
- (D) 8

১৭. $1 + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} + \dots$ খনাটির ৫তম পদের মান কত?

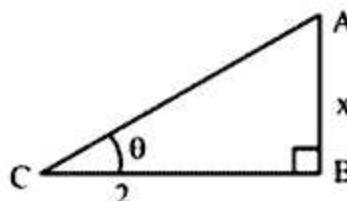
(ক) $\frac{1}{81}$ (খ) $\frac{1}{27}$

(গ) $\frac{1}{9}$ (ঘ) $\frac{1}{3}$

১৮. $0, 1, 0, 1, 0, 1, \dots$ অনুক্রমটির ৮তম পদ কত?

(ক) $1 + (-1)^n$ (খ) $1 - (-1)^n$
 (গ) $\frac{1 + (-1)^n}{2}$ (ঘ) $\frac{1 - (-1)^n}{2}$

১৯.



ΔABC -এ, $\sin \theta$ এর মান কত?

(ক) $\frac{\sqrt{x^2 + 4}}{x}$ (খ) $\frac{2}{\sqrt{x^2 + 4}}$

(গ) $\frac{x}{\sqrt{4 - x^2}}$ (ঘ) $\frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}$

২০. $\tan \theta = 3\sqrt{3}$ হলে —

i. $\text{cosec } \theta = \frac{2\sqrt{7}}{3\sqrt{3}}$ ii. $\sin \theta = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$

iii. $\cot \theta = \frac{1}{3\sqrt{3}}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
 (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ২১ ও ২২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কিলোমিটার। ঢাকা ও জামালপুর কেন্দ্রে 2° কোণ উৎপন্ন করে।

২১. 2° = কত ডিগ্রী?

(ক) $\frac{\pi}{45}$ (খ) $\frac{\pi}{90}$

(গ) $\frac{\pi}{180}$ (ঘ) $\frac{\pi}{360}$

২২. ঢাকা ও জামালপুরের দূরত্ব কত কি.মি.?

(ক) 112.4 (খ) 224.8
 (গ) 324.8 (ঘ) 424.8

২৩. $a > 0, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$ এবং $n > 1$ হলে —

i. $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[m]{a^n}$

ii. $(\sqrt[n]{n})^m = (\sqrt[m]{n})^n$

iii. $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[m]{a^n}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i (খ) ii
 (গ) iii (ঘ) i, ii ও iii

২৪. $\log_2 64 =$ কত?

(ক) 64 (খ) 8
 (গ) 6 (ঘ) 2

২৫. $9^{2x} = 3^{x+1}$ হলে $x =$ কত?

(ক) $\frac{1}{3}$ (খ) $-\frac{1}{3}$
 (গ) 0 (ঘ) $\frac{1}{5}$

নিচের তথ্যের আলোকে (২৬ ও ২৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

x ও y চলক দুটিকে যোগ করে ৪ মাত্রার একটি দিপনী

রাশিতে বিস্তৃত করা হল।

২৬. বিস্তৃতিতে কতগুলো পদ পাওয়া যাবে?

(ক) 4 (খ) 8
 (গ) 9 (ঘ) 10

২৭. $y = \frac{1}{x}$ হলে কতজন পদ চলক মুক্ত পদ হবে?

(ক) 10 (খ) 5
 (গ) 4 (ঘ) 1

২৮. (1, 1) এবং (2, 2) বিন্দু দুটিটির দূরত্ব কত একক?

(ক) 6 (খ) $4\sqrt{2}$
 (গ) $2\sqrt{2}$ (ঘ) $\sqrt{2}$

২৯. $y - 2x + 3 = 0$ এবং $x + 2y - 10 = 0$ রেখাগুলির চালনার মৌলিক কত?

(ক) $-\frac{5}{2}$ (খ) $-\frac{3}{2}$
 (গ) $\frac{3}{2}$ (ঘ) $\frac{5}{2}$

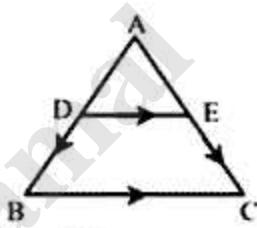
৩০. ΔABC এর \vec{AB} ও \vec{AC} এর মধ্যবিস্তুর দুটাকে

D ও E হলে —

i. $DE \parallel BC$

ii. $DE = \frac{1}{2} BC$

iii. $\vec{AE} = \vec{AD} + \vec{DE}$



নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
 (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩১. A, B ও C এর অবস্থান জ্ঞান থাকার মুক্ত এবং AB রেখাখণ্ড C বিস্তৃত m : n অনুপাতে বিভিন্নভাবে করলে $\underline{c} =$ কত?

(ক) $\frac{mb - na}{m - n}$ (খ) $\frac{nb - ma}{m - n}$
 (গ) $\frac{n\underline{a} - m\underline{b}}{m - n}$ (ঘ) $\frac{m\underline{a} - nb}{m - n}$

৩২. কোনো অনকের একটি বাল্ক a হলে অনকের কর্ণ কোনটি?

(ক) $\sqrt{2}a$ (খ) $6a^2$
 (গ) $\sqrt{3}a$ (ঘ) $a^2\sqrt{3}$

৩৩. একটি সমবৃত্তমুক্তি কোণকের কূমির ব্যাসার্ধ r, উচ্চতা h এবং অধিশীর্ষ কোণ α হলে এর আয়তন কত?

(ক) $\frac{1}{3} \pi h \tan^3 \alpha$ (খ) $\frac{1}{3} \pi r^3 \tan \alpha$
 (গ) $\pi h^3 \tan^3 \alpha$ (ঘ) $\frac{1}{3} \pi \frac{r^3}{\tan \alpha}$

৩৪. একটা ছকা নিকেপ পরীক্ষার বিজোড় সংখ্যার সেটের অনুকূল ফলাফল সংখ্যা কত?

(ক) 6 (খ) 5
 (গ) 4 (ঘ) 3

৩৫. চট্টগ্রাম শহরে 70 লক্ষ লোক বাস করে, তার মধ্যে 30 লক্ষ নারী ও 15 লক্ষ শিশু রয়েছে। সৈকতবে একজনকে বাদি নির্বাচন করা হবে তার পুরুষ হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{3}{14}$ (খ) $\frac{5}{14}$
 (গ) $\frac{3}{7}$ (ঘ) $\frac{9}{14}$

১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	১০
১১	১২	১৩	১৪	১৫	১৬	১৭	১৮	১৯	২০
২১	২২	২৩	২৪	২৫	২৬	২৭	২৮	২৯	৩০
৩১	৩২	৩৩	৩৪	৩৫					