

এইচ এস সি পরীক্ষা ২০১৫ এর মডেল প্রশ্ন

বিষয় : উচ্চতর গণিত ২য় পত্র (তত্ত্বীয়)

সময় : ৩ ঘণ্টা

পূর্ণমান— ৭৫

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক ।]

ক-বিভাগ: বীজগণিত

১. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$
- ক. পরমমান বলতে কি বুঝ? পরমমান চিহ্নের সাহায্যে প্রকাশ কর :
 $-1 \leq 2x - 3 \leq 5$
- খ. অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা বলতে কি বুঝ?
 $(p\omega^2 + q + r\omega)^3 + (p\omega + q + r\omega^2)^3 = 0$ হলে দেখাও যে, $p = \frac{1}{2}(q+r)$
 অথবা, $q = \frac{1}{2}(r+p)$ অথবা $r = \frac{1}{2}(p+q)$
- গ. সংখ্যারেখার সাহায্যে সমাধান কর : $(2x-3)(x-5) \geq 0$
২. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$
- ক. উৎপাদক উপপাদ্যটি লিখ। একটি মূল $1+i$ হলে,
 $x^4 - 5x^3 + 10x^2 - 10x + 4 = 0$ সমীকরণটি সমাধান কর।
- খ. নিশ্চয়ক কি? $4x^2 - 6x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে
 এরূপ একটি সমীকরণ নির্ণয় কর যার মূলদ্বয় $\alpha + \frac{1}{\beta}$ এবং $\beta + \frac{1}{\alpha}$
 হয়।
- গ. দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ পদটি লিখ। $p \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{N}$ হলে
 $(1+x)^p \left(1 + \frac{1}{x}\right)^q$ এর বিস্তৃতি থেকে সাধারণ পদ বের করে x
 বর্জিত পদটি বের কর।

খ-বিভাগ: জ্যামিতি

৩. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$
- ক. পরাবৃত্তের পরামিতিক সমীকরণ লিখ। $y = ax^2 + bx + c$ পরাবৃত্তের
 শীর্ষ $(-2, 3)$ বিন্দুতে অবস্থিত এবং $(0, 5)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম
 করে, তবে a, b, c এর মান নির্ণয় কর।
- খ. উৎকেন্দ্রিকতা বলতে কি বুঝ? একটি উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয়
 কর যার উপকেন্দ্র $(3, 4)$ বিন্দুতে অবস্থিত, যার দিকাক্ষ
 $x + y - 2 = 0$ এবং উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ।
- গ. অধিবৃত্তের দিকাক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ অধিবৃত্তের
 উৎকেন্দ্রিকতা, উপকেন্দ্রদ্বয়ের স্থানাংক, আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য এবং
 দিকাক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ-বিভাগ: ত্রিকোণমিতি

৪. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$
- ক. বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশন বলতে কি বুঝ? প্রমাণ কর যে,
 $2 \tan^{-1} x = \sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2} = \cos^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2} = \tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$
- খ. অবাস্তব মূল কি? সমাধান কর : $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \sin 2\theta$ ।
 সমীকরণটির অবাস্তব মূলগুলো লিখ।
- গ. সমাধান কর : $\sqrt{3} \cos x + \sin x = 1$, যেখানে $-2\pi < x < 2\pi$ ।

ঘ-বিভাগ: বলবিদ্যা

৫. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ + ৫ = ১০$
- ক. (i) লামির উপপাদ্যটি বর্ণনা কর এবং প্রমাণ কর। লামির
 উপপাদ্যটির বৈধতার শর্তসমূহ লিখ।

(ii) $R - S, R, R + S$ মানের তিনটি বল একটি সমবাহু ত্রিভুজের
 বাহুগুলোর সমান্তরাল বরাবর একই ক্রমে কোনো বিন্দুতে
 ক্রিয়াশীল। এদের লম্বির মান ও দিক নির্ণয় কর।

- খ. (i) বলের ত্রিভুজ সূত্রটি বর্ণনা কর। কোন বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দুইটি
 বল P, Q এবং মধ্যবর্তী কোণ α হলে এদের লম্বির মান ও দিক
 নির্ণয় কর।
- (ii) ΔABC এর পরিকেন্দ্র O । OA বরাবর একটি বল P ক্রিয়া
 করে। দেখাও যে, B ও C বিন্দুতে P এর সমান্তরাল অংশকদ্বয়ের
 অনুপাত $\sin 2B : \sin 2C$ ।

৬. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ + ৫ = ১০$
- ক. (i) একখানা স্টিমার পূর্বদিকে ঘণ্টায় u কি.মি. বেগে এবং দ্বিতীয়
 একখানা স্টিমার পূর্বদিকের সাথে θ কোণে উত্তরমুখী দিকে ঘণ্টায়
 u কি.মি. বেগে গতিশীল। প্রথম স্টিমারে অবস্থিত কোন যাত্রীর
 নিকট দ্বিতীয় স্টিমারের দিক উত্তর-পূর্ব বলে মনে হয়। দেখাও যে,
 $\theta = \frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{3}{4}$ ।

(ii) সচরাচর সংকেত মালায় $S_{t-n} = u + \frac{1}{2} f(2t-1)$ এর প্রমাণ
 কর।

- খ. (i) একটি কণা u আদিবেগে ভূমির সাথে α কোণে নিক্ষেপ্ত হল।
 কণাটির সর্বাধিক উচ্চতা, বিচরণকাল ও অনুভূমিক পাল্লা নির্ণয়
 কর।

(ii) কোন অনুভূমিক তলের উপরিস্থিত একটি বিন্দু হতে একটি
 বস্তুকণা u গতিবেগে α উন্নতিকোণে শূন্যে প্রক্ষিপ্ত হল। যদি
 সর্বাধিক উচ্চতা H , অনুভূমিক পাল্লা R হয়, তবে প্রমাণ কর যে,
 $16gH^2 - 8u^2H + gR^2 = 0$

ঙ-বিভাগ: যোগাত্মী প্রাচ্যাম

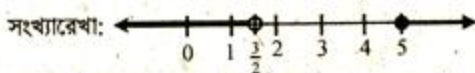
৭. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ১ = ৫$
- ক. লেখচিত্রের সাহায্যে নিম্নলিখিত শর্তানুসারে $Z = 3x + 4y$ এর
 সর্বোচ্চকরণ কর :
 শর্ত : $x + y \leq 450, 2x + y \leq 600, x \geq 0, y \geq 0$
- খ. এক ব্যক্তি 500 টাকার মধ্যে কমপক্ষে 6 খানা গামছা এবং 4 খানা
 তোয়ালে কিনতে চায়। প্রতি খানা গামছার দাম 30 টাকা ও প্রতি
 খানা তোয়ালের দাম 40 টাকা। প্রত্যেক প্রকারের কতখানা জিনিস
 কিনলে সে প্রদত্ত শর্তাধীনে সর্বাপেক্ষা বেশি সংখ্যক জিনিস কিনতে
 পারবে?

চ-বিভাগ: পরিসংখ্যান

৮. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$
- ক. নিচের গণসংখ্যা নিবেশন হতে পরিমিত ব্যবধান ও ভেদকে নির্ণয় কর :
- | শ্রেণি | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 |
|----------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| গণসংখ্যা | 10 | 12 | 24 | 32 | 29 | 11 | 3 | 1 |
- খ. দুটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে তাদের নমুনা ফ্রেট্রটি তৈরি
 কর। প্রথম ছক্কা পাঠ = x এবং দ্বিতীয় ছক্কার পাঠ = y হলে
 $P(x + y \leq 5)$ নির্ণয় কর।
- গ. শর্তাধীন সম্ভাবনা বলতে কি বুঝ? একটি ব্যাগে 3টি কালো এবং
 5টি সাদা বল আছে। দৈবভাবে 1টি করে 2টি বল তুলে নেয়া হল।
 কিন্তু প্রথমটি উঠানোর পর তা ব্যাগে রাখা হল না। দ্বিতীয় বলটি
 সাদা হওয়ার সম্ভাবনা কত?

১. (ক) $|2x - 5| \leq 3$

(গ) $\{x \in \mathbb{R} : x < \frac{3}{2} \text{ অথবা } x \geq 5\}$



২. (ক) $1 + i, 1 - i, 2, 1$ (খ) $4x^2 - 30x + 25 = 0$ (গ) $\frac{(p+q)!}{q! p!}$

৩. (ক) $\frac{1}{2}, 2, 5$ (খ) $5x^2 - 2xy + 5y^2 - 32k - 44y + 146 = 0$

(গ) $e = \frac{5}{3}, (\pm 5, 0), 6, x = \pm \frac{9}{5}$

৪. (খ) $n\pi + \frac{\pi}{4}, n$ এর মান শূন্য অথবা যে কোন জোড় সংখ্যা।

(গ) $\frac{-3\pi}{2}, -\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$

৭. (ক) $Z_{\max} = 1800$

(খ) গামছার সংখ্যা = 10, তোয়ালের সংখ্যা = 5

৮. (ক) 15.05, 226.5 (খ) $\frac{5}{18}$ (গ) $\frac{5}{8}$