

এইচ এস সি পরীক্ষা ২০১৫ এর মডেল প্রশ্ন

বিষয় : উচ্চতর গণিত ২য় পত্র (তত্ত্বীয়)

সময় : ৩ ঘণ্টা

পূর্ণমান— ৭৫

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক।]

ক-বিভাগ: বীজগণিত

১. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$
- ক. $a, b \in \mathbb{R}$ হলে প্রমাণ কর যে, $|a + b| \leq |a| + |b|$.
- খ. $\sqrt{x+iy} = a+ib$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 4(a^2 - b^2)$
- গ. যদি $a + b + c = 0$ এবং এককের কাল্পনিক মূল ω হয়, তবে দেখাও যে, $(a + b\omega + c\omega^2)^3 + (a + b\omega^2 + c\omega)^3 = 27abc$.
২. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$
- ক. $(a - b - c)x^2 + ax + b + c = 0$ সমীকরণটির একটি মূল অপরটির দ্বিগুণ হলে দেখাও যে, $b + c = \frac{a}{3}$ বা $\frac{2a}{3}$
- খ. $3x^3 - 2x^2 + 1 = 0$ সমীকরণের মূলগুলি α, β, γ হলে (i) $\sum \alpha^3$ (ii) $\sum \alpha^2 \beta$ এর মান নির্ণয় কর।
- গ. $(1+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে a, b, c, d যদি যথাক্রমে ৬ষ্ঠ, ৭ম, ৮ম, ৯ম পদ হয়, তবে দেখাও যে, $\frac{b^2 - ac}{c^2 - bd} = \frac{4a}{3c}$

খ-বিভাগ: জ্যামিতি

৩. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$
- ক. $5x^2 + 15x - 10y - 4 = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু, উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক, নিয়ামকের সমীকরণ ও অক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর।
- খ. p এর মান কত হলে $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{5} = 1$ উপবৃত্তটি (6, 4) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করবে? উপবৃত্তটির উৎকেন্দ্রিকতা ও উপকেন্দ্রের অবস্থান নির্ণয় কর।
- গ. যে অধিবৃত্তের নিয়ামক $2x + y = 1$, উপকেন্দ্র (1, 1) এবং উৎকেন্দ্রিকতা $\sqrt{3}$ তার সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ-বিভাগ: ত্রিকোণমিতি

৪. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$
- ক. যদি $\cos^{-1} \frac{x}{a} + \cos^{-1} \frac{y}{b} = \theta$ হলে, তবে দেখাও যে, $\frac{x^2}{a^2} - \frac{2xy \cos \theta}{ab} + \frac{y^2}{b^2} = \sin^2 \theta$
- খ. প্রমাণ কর : $\sin^2 \left(\cos^{-1} \frac{1}{3} \right) - \cos^2 \left(\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = \frac{2}{9}$
- গ. সমাধান কর : $\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta = 2$, যখন $-2\pi < \theta < 2\pi$.

ঘ-বিভাগ: বলবিদ্যা

৫. ক. লামির সূত্রটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর। $৫ \times ২ = ১০$
- খ. দুইটি বল ABC ত্রিভুজের CA ও CB বাহু বরাবর ক্রিয়া করে এবং এদের মান যথাক্রমে $\cos A$ ও $\cos B$ এর সমানুপাতিক। প্রমাণ কর যে, এদের লম্বির মান $\sin C$ এর সমানুপাতিক এবং এর গতিপথ C কোণকে $\frac{1}{2}(C + A - B)$ ও $\frac{1}{2}(C + B - A)$ এ দুই অংশে বিভক্ত করে।

অথবা, ক. দুইটি সদৃশ সমান্তরাল বলের লম্বির মান ও এর ক্রিয়া বিন্দুর অবস্থান নির্ণয় কর।

খ. ABC ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র O. একটি বল P, AO বরাবর ক্রিয়ায়। দেখাও যে, B ও C বিন্দুতে P এর সমান্তরাল উপাংশদ্বয়ের অনুপাত $\sin 2B : \sin 2C$.

৬. ক. সচরাচর সংকেতমালায় প্রমাণ কর যে, $s = ut + \frac{1}{2}at^2$. $৫ \times ২ = ১০$

খ. একটি ট্রেন সরল রেলপথে 2 কি.মি. ব্যবধানে দুইটি স্টেশনে ধামে। এক স্টেশন থেকে অন্য স্টেশনে পৌঁছাতে সময় লাগে 4 মিনিট। ট্রেনটি এর গতিপথের প্রথম অংশ x সমত্বরণে এবং দ্বিতীয় অংশ y সমমন্দনে চলে। প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 4$

অথবা, ক. প্রমাণ কর যে, উল্লম্ব তলে প্রক্ষিপ্ত কোনো বস্তু কণার গতি পথ একটি পরাবৃত্ত।

খ. একটি কণা u আদিবেগে প্রক্ষিপ্ত হল। যদি কণাটির বৃহত্তম উচ্চতা H হয় তবে প্রমাণ কর যে, এর আনুভূমিক পাল্লা

$$R = 4\sqrt{H\left(\frac{u^2}{2g} - H\right)}$$

ঙ-বিভাগ: যোগাত্মকী প্রণয়

৭. লেখচিত্রের সাহায্যে $z = 3x + 5y$ এর সর্বনিম্নমান নির্ণয় কর :
সীমাবদ্ধতাগুলি : $x \leq 2y + 2, x \geq 6 - 2y, y \leq x, x \leq 6, x, y \geq 0$ $৫ \times ১ = ৫$
- অথবা, এক ব্যক্তি 500 টাকার মধ্যে কমপক্ষে 6 খানা গামছা এবং 4 খানা তোয়ালে কিনতে চায়। প্রতিখানা গামছার দাম 30 টাকা এবং প্রতি খানা তোয়ালের দাম 40 টাকা। পত্যোক প্রকারের কতখানা জিনিস কিনলে সে প্রদত্ত শর্তমানে সর্বাপেক্ষা বেশি সংখ্যক জিনিস কিনতে পারবে।

চ-বিভাগ: পরিসংখ্যান

৮. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$
- ক. নিচের সংখ্যাগুলির পরিমিতি ব্যবধান ও ভেদাঙ্ক নির্ণয় কর:
6, 10, 9, 12, 21, 24, 25, 15, 16, 22
- খ. একটি ঝুড়িতে 5টি কালো এবং 4টি সাদা বল আছে। একটি বালক নিরপেক্ষভাবে তিনটি বল উঠালো। 3টি বলই কালো হবার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।
- গ. 200 জন পরীক্ষার্থীর 40 জন গণিতে, 20 জন পরিসংখ্যানে ফেল করে। উভয় বিষয়ে 10 জন ফেল করে। একজন পরীক্ষার্থী দৈবভাবে নেয়া হল। সে গণিতে ফেল কিন্তু পরিসংখ্যানে পাস করার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

২. (খ) (i) $-\frac{19}{27}$ (ii) 1

৩. (ক) $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{61}{40}\right), \left(-\frac{3}{2}, -\frac{41}{40}\right)$
 $40y + 81 = 0, 2x + 3 = 0$

(খ) $100, \frac{\sqrt{3}}{2}, (\pm 5\sqrt{3}, 0)$

(গ) $7x^2 - 2y^2 + 12xy - 2x + 4y - 7 = 0$

৪. (গ) $-\frac{4\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$

৭. 16

অথবা, গামছা 10 খানা এবং তোয়ালে 5 খানা

৮. (ক) 6.39 ও 40.8

(খ) $\frac{5}{42}$

(গ) $\frac{3}{20}$