

## এইচ এস সি পরীক্ষা ২০১৫ এর মডেল প্রশ্ন

## বিষয় : উচ্চতর গণিত ২য় পত্র (তত্ত্বীয়)

সময় : ৩ ঘণ্টা

পূর্ণমান— ৭৫

[ দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ]

## ক-বিভাগ: বীজগণিত

১. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$   
 ক. পরম মানের সংজ্ঞা দাও। সকল  $a, b \in \mathbb{R}$  এর জন্য প্রমাণ কর যে,  $|a+b| \leq |a|+|b|$   
 খ. যদি  $a^2 + b^2 = 1$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $x$  এর একটি বাস্তব মান  $\frac{1-ix}{1+ix} = a - ib$  সমীকরণকে সিদ্ধ করে। এখানে  $a$  এবং  $b$  বাস্তব সংখ্যা।

গ.  $\sqrt{x+iy} = p+iq$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $4(p^2 - q^2) = \frac{x}{p} + \frac{y}{q}$

২. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$   
 ক.  $27x^2 + 6x - (p+2) = 0$  সমীকরণটির একটি মূল অপরটির বর্গ হলে,  $p$  এর মান নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে,  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{2n}$  এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ  $\frac{1.3.5 \dots (2n-1)}{n!} (-2)^n$ , যেখানে  $n \in \mathbb{N}$

- গ.  $ax^2 + bx + b = 0$  সমীকরণের মূলদ্বয়ের অনুপাত  $m : n$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $\sqrt{\frac{m}{n}} + \sqrt{\frac{n}{m}} + \sqrt{\frac{b}{a}} = 0$ .

## খ-বিভাগ: জ্যামিতি

৩. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$   
 ক.  $5x^2 + 30x + 2y + 59 = 0$  পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্র, উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য ও সমীকরণ এবং নিয়ামক রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।  
 খ. একটি উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্র  $(3, 4)$ , উৎকেন্দ্রিকতা  $\frac{1}{3}$  এবং নিয়ামকরেখার সমীকরণ  $x + y - 2 = 0$   
 গ. একটি অধিবৃত্তের অক্ষ দুটি স্থানাংকের অক্ষ বরাবর অবস্থিত। এর অনুবর্তী অক্ষের দৈর্ঘ্য ৪ এবং উপকেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব ১২ হলে, অধিবৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

## গ-বিভাগ: ত্রিকোণমিতি

৪. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$   
 ক. প্রমাণ কর যে,  $\sin^{-1}(\sqrt{2} \sin \theta) + \sin^{-1}(\sqrt{\cos 2\theta}) = \frac{\pi}{2}$   
 খ. সমাধান কর :  $\cot \theta + \tan \theta = 2 \sec \theta$  যখন,  $-2\pi < \theta < 2\pi$ .  
 গ. প্রমাণ কর যে,  $\sin \cot^{-1} \tan \cos^{-1} \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$

## ঘ-বিভাগ: বলবিদ্যা

৫. ক. বলের সাম্যাবস্থার ক্ষেত্রে লামির উপপাদ্যটি লিখ এবং প্রমাণ কর।  
 খ. ACB সূতাটির দুই প্রান্ত একই অনুভূমিক রেখাংশ A ও B বিন্দুতে আবদ্ধ আছে। সূতাটির C বিন্দুতে W ওজনের একটি বস্তুকে গিট দিয়ে বাঁধা রয়েছে। ABC ত্রিভুজের বাহুগুলির দৈর্ঘ্য  $a, b, c$  এবং তার ক্ষেত্রফল  $\Delta$  হলে, দেখাও যে, সূতাটির CA অংশের টান  $\frac{Wb}{4c\Delta}$   $(c^2 + a^2 - b^2)$

অথবা, ক. দুইটি সদৃশ, অসমান ও সমান্তরাল বলের লম্বির মান, দিক ও ক্রিয়াবিন্দুর অবস্থান নির্ণয় কর।

খ. দুইটি বিপরীতমুখী সমান্তরাল বল  $P$  ও  $Q$  যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ক্রিয়ায়।  $P$  ও  $Q$  এর প্রত্যেককে  $x$  পরিমাণে বৃদ্ধি করলে দেখাও যে, তাদের লম্বিটি  $d$  দূরত্বে সরে যাবে যখন,

$$d = \frac{x}{P-Q} AB.$$

৬. ক. সচরাচর সংকেত মালায় প্রমাণ কর যে,  $v^2 = u^2 + 2fs$ ,  $৫ \times ২ = ১০$   
 খ. একখানা রেলগাড়ি এক স্টেশন থেকে ছেড়ে ৪ মিনিট পর ২ কিলোমিটার দূরে অবস্থিত অপর স্টেশনে থামে। গাড়িখানা তার গতি পথের প্রথমার্ধে  $x$  সমত্বরণে এবং দ্বিতীয়ার্ধে  $y$  সমমন্দনে চললে প্রমাণ কর যে,  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 4$ .

অথবা, ক.  $\alpha$  কোণে প্রক্ষিপ্ত বস্তুকণার সর্বাধিক উচ্চতা, বিচরণ কাল ও অনুভূমিক পাল্লা নির্ণয় কর।

খ.  $h$  মিটার গভীর একটি কুয়ার একটি পাথর খন্ড ছেড়ে দিলে। সেকেন্ড পরে কুয়ার তলদেশে এর পতনের শব্দ শোনা গেল।

শব্দের গতিবেগ  $v$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $2h \left(1 + \frac{gh}{v^2}\right) = gt^2$

যখন,  $v > h$ .

## ঙ-বিভাগ: যোগাশ্রমী প্রোগ্রাম

৭. ক. যোগাশ্রমী প্রোগ্রাম কী? যোগাশ্রমী প্রোগ্রামের শর্ত ও সুবিধাগুলি লিখ।

অথবা, A এবং B দুই প্রকার খাদ্যের প্রতি কেজিতে প্রোটিন ও শ্বেতসার এবং পরিমাণ ও তার মূল্য নিম্নের চার্টে দেওয়া হলো। সবচেয়ে কম খরচে কিরূপে দৈনিক ন্যূনতম খাদ্যের প্রয়োজন মেটানো সম্ভব।

খাদ্যের নাম	প্রোটিন	শ্বেতসার	প্রতি কেজির মূল্য
A	8	16	30 টাকা
B	12	6	40 টাকা
দৈনিক ন্যূনতম প্রয়োজন	32	22	

## চ-বিভাগ: পরিসংখ্যান

৮. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$

ক. বর্জনশীল ও অবর্জনশীল ঘটনার সংজ্ঞা দাও। দুইটি পরস্পর অবর্জনশীল ঘটনার সম্ভাব্যতার সংযোগ সূত্রটি লিখ এবং প্রমাণ কর।

খ. দোলন ও শিমুলের একটি অংকের সমাধান করতে পারার সম্ভাবনা যথাক্রমে  $\frac{1}{3}$  এবং  $\frac{1}{4}$ । তারা একত্রে অংকটি সমাধান করার চেষ্টা করলে অংকটির সমাধান করার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।  
 গ. নিম্নে দ্বাদশ শ্রেণির ৬০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হল। প্রাপ্ত নম্বরের পরিমিত ব্যবধান ও ভেদাঙ্ক নির্ণয় কর।

নম্বর	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
শিক্ষার্থী সংখ্যা	10	20	15	10	5

২. (ক)  $p = 6, -1$

৩. (ক)  $\left(-3, -\frac{71}{10}\right), \frac{2}{5}, 10y + 71 = 0, 10y + 69 = 0$

(খ)  $17x^2 - 2xy + 17y^2 - 104x - 140y + 446 = 0$

(গ)  $4x^2 - 5y^2 = 80$

৪. (খ)  $-\frac{11\pi}{6}, -\frac{7\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

৬. অথবা (ক)  $\frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}, \frac{2u \sin \alpha}{g}, \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$

৭. A প্রকারের খাদ্য  $\frac{1}{2}$  কেজি, B প্রকারের খাদ্য  $\frac{7}{3}$  কেজি, সর্বনিম্ন খরচ  $\frac{325}{3}$  টাকা।

৮. (খ)  $\frac{1}{2}$

(গ) 11.785 (প্রায়), 138.886 (প্রায়)