

ক বিভাগ : বীজগণিত

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি

১. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$

(ক) যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ হয়, তবে $A^2 - 4A - 5I$ নির্ণয় কর।

(খ) প্রমাণ কর: $\begin{vmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ x^3 - 1 & y^3 - 1 & z^3 - 1 \end{vmatrix} = (xyz - 1)(x - y)(y - z)(z - x)$.

(গ) যদি $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 5 \\ 2 & 5 & 11 \end{bmatrix}$ হয়, তবে A এর বিপরীত ম্যাট্রিক্স নির্ণয় কর।

২. স্বরবর্ণগুলোকে পাশাপাশি না রেখে 'TRIANGLE' শব্দটির অক্ষরগুলোকে কত রকমে সাজানো যায় তা নির্ণয় কর। ৫

অথবা,

৬ জন ও ৪ জন খেলোয়াড়ের দুইটি দল থেকে ১১ জন খেলোয়াড়ের একটি টিম গঠন করতে হবে, যাতে ৬ জনের দল থেকে কমপক্ষে ৪ জন খেলোয়াড় ঐ টিমে থাকবে। ক্রিকেট টিমটি কত উপায়ে গঠন করা যাবে?

খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

৩. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, যে কোনো ত্রিভুজ ABC-এ

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

অথবা,

একটি একক ভেক্টর নির্ণয় কর যা $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{b} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$

ভেক্টরদ্বয় দ্বারা সৃষ্ট সমতলের উপর লম্ব।

৪. যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ৩ = ১৫$

(ক) (২, ৩) বিন্দু থেকে $4x + 3y - 7 = 0$ রেখার উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর এবং এর সাহায্যে ঐ বিন্দু হতে সরলরেখার লম্ব-দূরত্ব নির্ণয় কর।

(খ) $4y - 3x - 3 = 0$ এবং $3y - 4x - 5 = 0$ রেখাযুগলের অন্তর্ভুক্ত স্থূলকোণের সমন্বিতকোর সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) এমন একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা x-অক্ষকে (৪, ০) বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং যার দ্বারা y-অক্ষের ছেদাংশের পরিমাণ ৬-একক। দেখাও যে, এরূপ দুইটি বৃত্ত পাওয়া যাবে।

(ঘ) $x^2 + y^2 = 49$ বৃত্তের একটি জ্যা (-২, ৩) বিন্দুতে সমন্বিতকৃত হয়। ঐ জ্যার সমীকরণ নির্ণয় কর।

৫. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$

(ক) $y = \sin 2x$ এর লেখচিত্র অঙ্কন কর: যখন $-180^\circ \leq x \leq 180^\circ$.

(খ) $y = \cos^2 x$ এর লেখচিত্র অঙ্কন কর: যখন $0 \leq x \leq 2\pi$.

(গ) লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর: $\cot x - \tan x = 2$, যখন $0 \leq x \leq \pi$.

৬. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$

(ক) যদি $\tan \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1-c}{1+c}}$ হয় তবে দেখাও যে, $\cos \theta = \frac{\cos \theta - c}{1 - c \cos \theta}$.

(খ) $A + B + C = \frac{\pi}{2}$ হলে প্রমাণ কর যে,

$$\cos^2 A + \cos^2 B - \cos^2 C - 2 \cos A \cos B \sin C = 0.$$

(গ) যে কোনো ত্রিভুজ ABC-এ প্রমাণ কর যে, $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$;

যেখানে R হচ্ছে ΔABC -এর পরিব্যাসার্ধ।

ঘ বিভাগ : ক্যালকুলাস

৭. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3 + 1$ হলে $f \circ g(4)$ নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, $f \circ g(-3) \neq g \circ f(-3)$. ৫

অথবা,

$f(z) = \cos(\ln z)$ হলে $f(x) \cdot f(y) - \frac{1}{2} \left[f\left(\frac{x}{y}\right) + f(xy) \right]$ -এর মান নির্ণয় কর।

৮. যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ৩ = ১৫$

(ক) মূল নিয়মে x এর সাপেক্ষে $e^{\sin x}$ এর অন্তরজ নির্ণয় কর।

(খ) $x^2 + 2ax + y^2 = 0$ বক্ররেখার যে সমস্ত বিন্দুতে স্পর্শকগুলো x-অক্ষের উপর লম্ব, তাদের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

(গ) যোগজ নির্ণয় কর (যে কোনো দুইটি):

(i) $\int \frac{dx}{\sqrt{5-4x^2}}$ (ii) $\int \sqrt{a^2-x^2} dx$

(iii) $\int_0^1 x e^{x^2} dx$; (iv) $\int_1^{e^2} \frac{dx}{x(1+\ln x)}$

(ঘ) $y^2 = 4ax$ এবং $x^2 = 4ay$ পরাবৃত্ত দুইটি দ্বারা আবদ্ধক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১. (ক) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(গ) $\begin{bmatrix} \frac{5}{6} & -\frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{6} \\ 0 & -\frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{bmatrix}$

২. 36000

অথবা, 344

৩. অথবা, $\pm \frac{1}{3}(2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k})$

৪. (ক) $\left(\frac{2}{5}, \frac{9}{5}\right); 2$

(খ) $x + y + 2 = 0$

(গ) $x^2 + y^2 - 8x \pm 10y + 16 = 0$

(ঘ) $2x - 3y + 13 = 0$

৫. (গ) $\frac{\pi}{8} \cdot \frac{5\pi}{8}$

৭. 4225

অথবা, 0

৮. (ক) $me^{\sin x}$

(খ) (০, ০) এবং (-2a, ০)

(গ) (i) $\frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{2x}{\sqrt{5}} + c$

(ii) $\frac{x\sqrt{a^2-x^2}}{2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$

(iii) $\frac{1}{2}(e-1)$

(iv) $\ln 3$.

(ঘ) $\frac{16a^2}{3}$ বর্গ একক।