বরিশাল বোর্ড-২০১৫

বিষয় কোড : | ২ | ৬ | ৬ |

সময় — ৩ ঘণ্টা

উচ্চতর গণিত (তত্ত্বীয়) : দ্বিতীয় পত্র

পূর্ণমান — ৭৫

[বি. দ্র. দক্ষিণ পার্শ্বস্থ সংখ্যামান প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক।]

ক-বিভাগ : বীজগণিত

১. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: ৫ × ২ = ১০

(ক) a এবং b বাস্তব সংখ্যা হলে, প্রমাণ কর যে, $|a - b| \geq |a| - |b|$.

(খ) $(a + ib)(c + id) = x + iy$, হলে, দেখাও যে, $(a - ib)(c - id) = x - iy$.

(গ) প্রমাণ কর যে, $\left[\frac{1}{2}(-1 + \sqrt{-3})\right]^n + \left[\frac{1}{2}(-1 - \sqrt{-3})\right]^n = 2$ অথবা -1, যখন m এর মান যথাক্রমে 3 দ্বারা বিভাজ্য অথবা 3 দ্বারা অবিভাজ্য।

২. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: ৫ × ২ = ১০

(ক) এমন একটি সমীকরণ নির্ণয় কর যার মূল দুইটি যথাক্রমে $x^2 - 2bx + b^2 - a^2 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের সমষ্টি এবং অন্তরফলের ধনাত্মক মান হবে।

(খ) $x^2 + px + q = 0$ এবং $x^2 + qx + p = 0$ সমীকরণ দুইটির একটি সাধারণ মূল থাকলে দেখাও যে, তাদের অপর মূল দুইটি $x^2 + x + pq = 0$ সমীকরণের মূল হবে।

(গ) $\left(x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদ এবং তার মান নির্ণয় কর।

খ-বিভাগ : জ্যামিতি

৩. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: ৫ × ২ = ১০

(ক) একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্র (1, −1) বিন্দুতে অবস্থিত এবং $x - y + 2 = 0$ রেখাটি শীর্ষবিন্দুতে অক্ষরেখার উপর লম্ব।

(খ) উপবৃত্তের বৃহৎ অক্ষ ও ক্ষুদ্র অক্ষকে যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ ধরে একটি উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্র দুইটির স্থানাংক (± 2, 0) এবং যার বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য ৪ একক।

(গ) অক্ষ দুইটিকে স্থানাঙ্কের অক্ষ ধরে একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্র দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব 16 একক এবং উৎকেন্দ্রিকতা $\sqrt{2}$।

গ-বিভাগ : ত্রিকোণমিতি

৪. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: ৫ × ২ = ১০

(ক) প্রমাণ কর যে, $\cos\left(2\tan^{-1}\frac{1}{7}\right) = \sin\left(4\tan^{-1}\frac{1}{2}\right)$.

(খ) $\sin(\pi\cos\theta) = \cos(\pi\sin\theta)$ হলে দেখাও যে, $\theta = \pm\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{3}{4}$.

(গ) সমাধান কর : $\cos\theta + \tan\theta = 2\sec\theta$; যেখানে $-2\pi < \theta < 2\pi$.

ঘ-বিভাগ : স্থিতিবিদ্যা ও গতিবিদ্যা

৫. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : ৫+৫ = ১০

(ক) (i) বলের সামান্তরিক সূত্রটি বর্ণনা কর। এক বিন্দুতে x কোণে ক্রিয়াশীল দুইটি বলের লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় কর।

(ii) একটি হেলানো সমতলের ভূমি ও দৈর্ঘ্যের সমান্তরালে ক্রিয়াশীল যথাক্রমে P ও Q বলদ্বয় প্রত্যেকে এককভাবে W ওজনের কোনো বস্তুকে তলের উপর স্থির রাখতে পারে। প্রমাণ কর যে, $W = \frac{PQ}{\sqrt{P^2 - Q^2}}$, $P > Q$.

(খ) (i) দুইটি অসমান অসদৃশ সমান্তরাল বলের লব্ধির মান, দিক ও ক্রিয়া বিন্দু নির্ণয় কর।

(ii) একটি দণ্ডের একপ্রান্ত হতে 2, 4, 6 মিটার দূরত্বে অবস্থিত তিনটি বিন্দুতে যথাক্রমে P, Q ও R মানের তিনটি সমান্তরাল বলক্রিয়া করছে। দণ্ডটি সাম্যাবস্থায় থাকলে দেখাও যে, $P : Q : R = 1 : 2 : 3$.

৬. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : ৫+৫ = ১০

(ক) (i) সচরাচর সংকেতমালায় $v^2 = u^2 + 2fs$ সূত্রটি প্রতিষ্ঠা কর।

(ii) এক ব্যক্তি সোজাসুজি t_1 সময়ে একটি নদী পারাপার হতে পারে। তীর বরাবর নদীর প্রস্থের সমান দূরত্বে গিয়ে ফিরে আসতে তার t_2 সময় লাগে। সাঁতারুর বেগ u এবং স্রোতের বেগ $v(u > v)$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\sqrt{u^2 - v^2} : u = t_1 : t_2$.

(খ) (i) দেখাও যে, বায়ু শূন্য স্থানে কোনো প্রক্ষিপ্ত বস্তুর গতিপথ একটি পরাবৃত্ত।

(ii) একটি টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু হতে অবাধে পড়ন্ত একখণ্ড পাথর x-মিটার দূরত্বে পৌঁছালে টাওয়ারের শীর্ষবিন্দুর y মিটার নিচে কোনো বিন্দু থেকে আর একখণ্ড পাথর নিচে ফেলা হল। এরা একই সাথে ভূমিতে পড়লে দেখাও যে, টাওয়ারের উচ্চতা $= \frac{(x + y)^2}{4x}$ মিটার।

ঙ-বিভাগ : যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম

৭. লেখচিত্রের সাহায্যে $Z = 3x + 4y$ এর সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর : ৫

শর্ত : $x + y \leq 7$, $2x + 5y \leq 20$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

অথবা, জনৈক ভদ্রলোক সর্বোচ্চ 100 টাকা ব্যয় করে কিছু সংখ্যক কলম ও পেন্সিল কিনতে চান। প্রতিটি কলম ও পেন্সিলের মূল্য যথাক্রমে 12 ও 8 টাকা। তিনি অন্ততঃ একটি কলম কিনবেন, কিন্তু চারটির অধিক পেন্সিল কিনবেন না। ঐ ভদ্রলোক কোন প্রকারের কতগুলি জিনিস কিনলে একত্রে সর্বাধিক সংখ্যক জিনিস কিনতে পারবেন? ৫

চ-বিভাগ: পরিসংখ্যান

৮. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: ৫ × ২ = ১০

(ক) দুইটি অবর্জনশীল ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাব্যতার সংযোগ সূত্রটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর।

(খ) 10 থেকে 30 পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হতে যে কোনো একটিকে ইচ্ছামত নিলে সেই সংখ্যাটি মৌলিক, অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

(গ) নিচের নিবেশনের ভেদাংক নির্ণয় কর :

সংখ্যা x_i	10	13	25	30	37	42	45
গণসংখ্যা f_i	3	7	8	15	10	5	2

উত্তরমালা

২. (ক) $x^2 - 2(a + b)x + 4ab = 0$

(গ) 7 তম পদ; 924

৩. (ক) $(x + y)^2 - 16x + 16y - 32 = 0$

(খ) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$

(গ) $x^2 - y^2 = 32$

৪. (গ) $-\frac{11\pi}{6}, -\frac{7\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

৭. $Z_{max} = 23$

অথবা, কলম $\frac{17}{3} \approx 6$ টি, পেন্সিল 4 টি।

৮. (খ) $\frac{11}{21}$ (গ) 100.26 (প্রায়)