

ক বিভাগ : বীজগণিত

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি

১. যে কোনো দুইটি প্রঙ্গের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$
 (ক) যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$ হয় তবে A^2 এবং A^3 নির্ণয় কর এবং দেখাও
 যে, $A^2 + 2A - 11I = 0$ যেখানে $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
 (খ) প্রমাণ কর: $\begin{vmatrix} a & b & ax+by \\ b & c & bx+cy \\ ax+by & bx+cy & 0 \end{vmatrix} = (b^2-ac)(ax^2+2bxy+cy^2)$
 (গ) বিপরীত ম্যাট্রিক্স নির্ণয় কর: $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

২. যে কোনো একটি প্রঙ্গের উত্তর দাও: $৫ \times ১ = ৫$
 (ক) প্রমাণ করতে হবে যে, ${}^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$
 (খ) ৭ জন লোকের একটা দলের ভ্রমণের জন্য ২ টি গাড়ি আছে। একটিতে অনধিক ৭ জন ও অপরটিতে অনধিক ৪ জন বসতে পারে। উক্ত দলটি কত প্রকার ভ্রমণ করতে পারে?

খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

৩. যে কোনো একটি প্রঙ্গের উত্তর দাও: $৫ \times ১ = ৫$
 (ক) ΔABC এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু D হলে দেখাও যে,
 $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$
 (খ) a এর মান কত হলে, $a\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ এবং $2a\hat{i} - a\hat{j} - 4\hat{k}$ পরস্পর লম্ব হবে?

৪. যে কোনো তিনটি প্রঙ্গের উত্তর দাও: $৫ \times ৩ = ১৫$
 (ক) (7, 7) ও (-5, -10) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাকে x-অক্ষ যে অনুপাতে বিভক্ত করে তা নির্ণয় কর। ছেদবিন্দুর ভুল কত?
 (খ) OABC একটি সামান্তরিক; OA, x-অক্ষ বরাবর অবস্থিত। OC রেখার সমীকরণ $y = 2x$ এবং B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (4, 2); A ও C বিন্দুর স্থানাঙ্ক এবং AC কর্ণের সমীকরণ নির্ণয় কর।
 (গ) x-অক্ষের সমান্তরাল এবং $4x + 3y = 6$ ও $x - 2y = 7$ রেখা দুইটির সমবিন্দু রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।
 (ঘ) $x^2 + y^2 = 144$ বৃত্তের একটি জ্যা এর সমীকরণ নির্ণয় কর যার মধ্যবিন্দু (4, -6) বিন্দুতে অবস্থিত।

৫. যে কোনো দুইটি প্রঙ্গের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$
 (ক) একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 5 সে.মি. এবং একটি বৃত্তচাপ কেন্দ্রে 40° কোণ উৎপন্ন করলে, বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য এবং বৃত্তকালার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
 (খ) $\operatorname{cosec} A + \operatorname{cosec} B + \operatorname{cosec} C = 0$ হলে দেখাও যে,
 $(\Sigma \sin A)^2 = \Sigma \sin^2 A$
 (গ) লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর: $\sin 2x = \sin x$, যখন, $0^\circ \leq x \leq 2\pi$
 ৬. যে কোনো দুইটি প্রঙ্গের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$
 (ক) যদি $A + B + C = \pi$ এবং $\cos A = \cos B \cos C$ হয়, তবে দেখাও যে,
 $\tan A = \tan B + \tan C$
 (খ) প্রমাণ কর: $2 \sin \frac{\pi}{6} = \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}$
 (গ) যদি $A + B + C = \frac{\pi}{2}$ হয়, তবে দেখাও যে, $\cos^2 A + \cos^2 B - \cos^2 C - 2 \cos A \cos B \sin C = 0$

ঘ বিভাগ : ক্যালকুলাস

৭. যে কোনো একটি প্রঙ্গের উত্তর দাও: $৫ \times ১ = ৫$
 (ক) মনে কর, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ কাংশনটির সংজ্ঞা নিম্নরূপ:
 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{যখন } x \geq 2 \\ x + 2 & \text{যখন } x < 2 \end{cases}$ $f(5), f(0), f(-2), f(-4)$ নির্ণয় কর।
 (খ) $y = f(x) = \frac{4x-7}{2x-4}$ হলে দেখাও যে, $f(y) = x$.

৮. যে কোনো তিনটি প্রঙ্গের উত্তর দাও:
 (ক) মান নির্ণয় কর: $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos x}$
 (খ) মূল নিয়মে x-এর সাপেক্ষে x^n এর অন্তরল নির্ণয় কর। $৫ \times ১ = ৫$
 (গ) a-এর মান কত হলে $y = ax(1-x)$ বক্ররেখার মূল বিন্দুতে স্পর্শকটি x-অক্ষের সহিত 60° কোণ উৎপন্ন করে? ৫
 (ঘ) যে কোনো দুইটি প্রঙ্গের উত্তর দাও: $২.৫ \times ২ = ৫$
 (i) যোগজ নির্ণয় কর: $\int \sec^2 x \operatorname{cosec}^2 x dx$
 (ii) যোগজ নির্ণয় কর: $\int \frac{1}{c^x + c^{-x}} dx$
 (iii) $\int_1^{e^2} \frac{dx}{x(1+\ln x)}$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তরপত্র

১. (ক) $A^2 = \begin{bmatrix} 9 & -4 \\ -8 & 17 \end{bmatrix}$ $A^3 = \begin{bmatrix} -7 & 30 \\ 60 & -67 \end{bmatrix}$ (গ) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -4 & -3 & -1 \\ \frac{5}{2} & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$
 ২. (খ) 246
 ৩. (খ) $a=1$ অথবা -2
 ৪. (ক) 7:10 অনুপাতে $\frac{35}{17}$ (খ) (1, 2), (3, 0); $x+y-3=0$ (গ) $y+2=0$ (ঘ) $2x-3y-26=0$
 ৫. (ক) 3.491 সে.মি. (প্রায়), 8.727 বর্গ সে.মি. (প্রায়) (গ) $x=0, \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}, 2\pi$
 ৭. (ক) 10, 2, 0 এবং -2
 ৮. (ক) 0 (খ) nx^{n-1} (গ) $\sqrt{3}$ (ঘ) (i) $\tan x - \cot x + c$ (ii) $\tan^{-1}(e^x) + c$ (iii) $\frac{2}{3}$