

ক বিভাগ : বীজগণিত

১. যে কোনো দুইটি প্রঙ্গের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$

(ক) যদি $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ এবং $C = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ হয় তবে

দেখাও যে, $(AB)C = A(BC)$

(খ) প্রমাণ কর: $\begin{vmatrix} a & b & ax+by \\ b & c & bx+cy \\ ax+by & bx+cy & 0 \end{vmatrix} = (b^2-ac)(ax^2+2bxy+cy^2)$

(গ) $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & 6 \\ -1 & 5 & 1 \end{bmatrix}$ হলে এমন একটি ম্যাট্রিক্স B নির্ণয় কর যেন

$AB = BA = I$, হয়।

২. যে কোনো একটি প্রঙ্গের উত্তর দাও: $৫ \times ১ = ৫$

(ক) Mathematics শব্দটির অক্ষরগুলি কত প্রকারে সাজানো যায়? তাদের মধ্যে কতগুলিতে স্বরবর্ণগুলি একত্রে থাকে?

(খ) 14 জন বেতোয়ারের মধ্যে 5 জন বল করতে পারে এবং 2 জন উইকেট রক্ষা করতে পারে। অন্তত 1 জন উইকেট রক্ষক এবং 3 জন বোলার নিয়ে কত প্রকারে 11 জনের একটি ক্রিকেট দল গঠন করা যেতে পারে?

খ বিভাগ : জ্যামিতি ও ভেক্টর

৩. যে কোনো একটি প্রঙ্গের উত্তর দাও: $৫ \times ১ = ৫$

(ক) ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের মধ্যত্রীত্রয় সমবিন্দু।

(খ) $A = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$, $B = 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ হলে দেখাও যে, $(A+B)$ এবং $(A \cdot B)$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব।

৪. যে কোনো তিনটি প্রঙ্গের উত্তর দাও: $৫ \times ৩ = ১৫$

(ক) a এর মান কত হলে $(a, 2-2a)$, $(1-a, 2a)$ ও $(-4-a, 6-2a)$ বিন্দু তিনটি একই সরলরেখার উপর অবস্থিত হবে?

(খ) y-অক্ষের সমান্তরাল এবং $2x - 7y + 11 = 0$ এবং $x + 3y - 8 = 0$ রেখা দুইটির ছেদবিন্দু দিয়ে যায় এবং সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) দুইটি সরলরেখা $(-1, 2)$ বিন্দু দিয়ে যায় এবং $3x - y + 7 = 0$ রেখার সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে। রেখা দুইটির সমীকরণ নির্ণয় কর এবং তাদের সমীকরণ থেকে দেখাও যে, তারা পরস্পর লম্বভাবে অবস্থান করে।

(ঘ) $2x - y = 3$ রেখার উপর কেন্দ্র অবস্থিত একটি বৃত্ত $(3, -2)$ ও $(-2, 0)$ বিন্দু দিয়ে যায়। বৃত্তটির সমীকরণ বের কর।

গ বিভাগ : ত্রিকোণমিতি

৫. যে কোনো দুইটি প্রঙ্গের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$

(ক) একটি ত্রিভুজের কোণগুলি সমান্তর প্রগমন প্রাপ্ত। এর বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম কোণ দুইটিকে যথাক্রমে রেডিয়ান ও ডিগ্রীতে প্রকাশ করলে এদের অনুপাত হয় $\pi : 90$; কোণগুলির পরিমাপকে রেডিয়ানে নির্ণয় কর।

(খ) যদি $\cos\theta + \sec\theta = \frac{5}{2}$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $\cos^4\theta + \sec^4\theta = 2^2 + 2^{-4}$ ।

(গ) $\cos x$ এর লেখচিত্র আঁক।

৬. যে কোনো দুইটি প্রঙ্গের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$

(ক) প্রমাণ কর যে, $\sin^3 x + \sin^3(120^\circ + x) + \sin^3(240^\circ + x) = -\frac{3}{4} \sin 3x$

(খ) প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} = 4$

(গ) প্রমাণ করতে হবে, যে কোন ত্রিভুজে, $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

ঘ বিভাগ : ক্যালকুলাস

৭. যে কোনো একটি প্রঙ্গের উত্তর দাও: $৫ \times ১ = ৫$

(ক) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 5$ ফাংশনটি এক-এক এবং সার্বিক কি না কারণ উল্লেখ কর।

(খ) $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx-a}$ হলে দেখাও যে, $f(y) = x$ অথবা $f^{-1}(x) = f(x)$ ।

৮. যে কোনো তিনটি প্রঙ্গের উত্তর দাও: $৫ \times ৩ = ১৫$

(ক) মান নির্ণয় কর: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$

(খ) মূল নিয়মে x-এর সাপেক্ষে $\tan x$ এর অন্তরজ নির্ণয় কর।

(গ) $y = \sin(\sin x)$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} \tan x + y \cos^2 x = 0$

(ঘ) $x^2 + y^2 = 25$ বৃত্ত এবং $x = 3$ সরল রেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষুদ্রতর ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

উত্তরপত্র

১. (গ) $B = \begin{bmatrix} \frac{31}{2} & \frac{-17}{2} & -11 \\ \frac{9}{2} & \frac{-5}{2} & -3 \\ -7 & 4 & 5 \end{bmatrix}$

২. (ক) 4989600, 120960 (খ) 342

৪. (ক) $a = \frac{1}{2}$ অথবা -1 (খ) $13x - 23 = 0$. (গ) $y + 2x = 0$, $x - 2y + 5 = 0$ (ঘ) $x^2 + y^2 + 3x + 12y + 2 = 0$

৫. (ক) $\frac{2\pi^c}{9}$, $\frac{\pi^c}{3}$, $\frac{4\pi^c}{9}$

৭. (ক) f সার্বিক এবং এক-এক ফাংশন।

৮. (ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\sec^2 x$ (ঘ) $\frac{25}{2} \pi - 25 \sin^{-1} \frac{3}{5} - 12$ বর্গ একক।