

এইসএসসি পরীক্ষা ২০১৬ এর মডেল প্রশ্ন (সকল বোর্ডের জন্য)

বিষয়ঃ উচ্চতর গণিত - দ্বিতীয় পত্র

সময়ঃ ৩ ঘন্টা

পূর্ণমান-৭৫

[বি. দ্র. দক্ষিণ পার্শ্বস্থ সংখ্যামান প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক।]

ক-বিভাগ: বীজগণিত

১. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$ ক. $a, b \in \mathbb{R}$ হলে দেখাও যে, $|a + b| \leq |a| + |b|$ খ. $\sqrt[3]{x + iy} = a + ib$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 4(a^2 - b^2)$ গ. এককের একটি জটিল ঘনমূল ω হলে, প্রমাণ কর যে,

$$(-1 + \sqrt{-3})^4 + (-1 - \sqrt{-3})^4 = -16$$

২. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$ ক. এমন একটি সমীকরণ নির্ণয় কর যার মূল দুইটি যথাক্রমে $x^2 - 2ax + a^2 - b^2 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের সমষ্টি এবং অন্তরফলের যোগবোধক মান হবে।খ. প্রমাণ কর যে, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{2n}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদটি

$$\frac{1.3.5 \dots (2n-1)}{n!} (-2)^n \text{ যেখানে } n \in \mathbb{N}$$

গ. $y = x - x^2 + x^3 - x^4 + \dots \infty$ হলে, দেখাও যে,

$$x = y + y^2 + y^3 + y^4 + \dots \infty$$

খ-বিভাগ: জ্যামিতি

৩. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$ ক. $5x^2 + 30x + 2y + 59 = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু, ফোকাস, উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য এবং এর অক্ষরেখা ও নিয়ামক রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ. $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{5^2} = 1$ উপবৃত্তটি (6, 4) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। P এর মান, উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা এবং উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

গ. একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর, যার উৎকেন্দ্রিকতা $\sqrt{5}$; উপকেন্দ্র (1, -8) এবং নিয়ামক রেখার সমীকরণ $3x-4y=10$.

গ-বিভাগ: ত্রিকোণমিতি

৪. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: ৫ × ২ = ১০

ক. প্রমাণ কর যে, $\cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{3}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{3} = \tan^{-1} 2$

খ. যদি $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = \frac{\pi}{2}$ হয় তবে প্রমাণ কর যে, $x^2 + y^2 = 1$

গ. সমাধান কর : $\sin x + \cos x = \sin 2x + \cos 2x$

ঘ-বিভাগ: স্থিতিবিদ্যা ও গতিবিদ্যা

৫. ক. প্রমাণ কর যে, কোন নির্দিষ্ট দিকে এক বিন্দুগামী দুইটি বলের লম্বাংশের বীজগণিতীয় সমষ্টি একই দিকে এদের লম্বির লম্বাংশের সমান। ৫

খ. P ও Q বলদ্বয় যথাক্রমে একটি হেলানো তলের দৈর্ঘ্য ও ভূমির সমান্তরালে ক্রিয়ারত থেকে প্রত্যেকে এককভাবে তলের উপরস্থ W ওজনের একটি বস্তুকে ধরে রাখতে পারে। প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{P^2} -$

$$\frac{1}{Q^2} = \frac{1}{W^2}$$
৫

অথবা, ক. দুইটি অসদৃশ অসমান সমান্তরাল বলের লম্বি ও এর প্রয়োগ বিন্দু নির্ণয় কর।

খ. ABC ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র O। একটি বল P, AO বরাবর ক্রিয়ারত। দেখাও যে, B ও C বিন্দুতে P এর সমান্তরাল উপাংশদ্বয়ের অনুপাত $\sin 2B : \sin 2C$ ।

৬.

৫ × ২ = ১০

ক. সচরাচর সংকেতমালায় প্রমাণ কর যে, $v^2 = u^2 + 2fs$

খ. দুইটি বেগের বৃহত্তম লম্বি এদের ক্ষুদ্রতম লম্বির n গুণ। বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ α হলে, লম্বি বেগের মান এদের সমষ্টির অর্ধেক হয়। প্রমাণ কর যে,

$$\cos \alpha = \frac{n^2 + 2}{2(1 - n^2)}$$

অথবা, ক. দেখাও যে, বায়ুশূন্য স্থানে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর গতিপথের সমীকরণ, $y = x \tan \alpha \left(1 - \frac{x}{R}\right)$; যেখানে নিক্ষেপ কোণ α এবং আনুভূমিক পাল্লা R।

খ. h উচ্চতা বিশিষ্ট একটি টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু হতে অবাধে পড়ন্ত একখণ্ড পাথর x মিটার দূরত্বে পৌঁছালে টাওয়ারের শীর্ষ বিন্দুর y মিটার নিচে কোন বিন্দু থেকে আর একখণ্ড পাথর নিচে ফেলা হল। এরা একই সাথে ভূমিতে পড়লে দেখাও যে, $h = \frac{(x + y)^2}{4x}$ মিটার।

৩-বিভাগ: যোগাশয়ী প্রোগ্রাম

৭. যোগাশয়ী প্রোগ্রামিং কাকে বলে? যোগাশয়ী প্রোগ্রামিং-এর শর্ত এবং সুবিধাগুলি কি কি? ৫

অথবা, এক ব্যক্তি 500 টাকার মধ্যে কমপক্ষে 6খানা গামছা ও 4খানা তোয়ালে কিনতে চায়। প্রতিখানা গামছার দাম 30 টাকা এবং প্রতিখানা তোয়ালের দাম 40 টাকা। প্রত্যেক প্রকারের কতখানা জিনিস কিনলে সে সর্বাপেক্ষা বেশি সংখ্যকে জিনিস কিনতে পারবে?

চ-বিভাগ: পরিসংখ্যান

৮. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: ৫ × ২ = ১০

ক. নিম্নে দ্বাদশ শ্রেণির ৬০ জন ছাত্রের গণিতে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো। প্রাপ্ত নম্বরের গড় ব্যবধান ও পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় কর।

নম্বর	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
ছাত্র	10	20	15	10	5

খ. দুইটি বর্জনশীল ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাব্যতার যোগ সূত্রটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর।

গ. ২০০ জন পরীক্ষার্থীর ৪০ জন গণিতে, ২০ জন পরিসংখ্যানে ফেল করে। উভয় বিষয়ে ১০ জন ফেল করে। একজন পরীক্ষার্থী দৈবভাবে নেয়া হল। সে গণিতে ফেল কিন্তু পরিসংখ্যানে পাশ করার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

২. (ক) $x^2 - 2(a + b)x + 4ab = 0$

৩. (ক) $(-3, -7), \left(-3, -\frac{71}{10}\right), \frac{2}{5}, x + 3 = 0, 10y + 69 = 0.$

(খ) $P = 100, \frac{\sqrt{3}}{2}, (\pm 5\sqrt{3}, 0)$

(গ) $4x^2 + 11y^2 - 24xy - 50x - 225 = 0$

৪. (গ) $2n\pi, \frac{2}{3} \left(n\pi + \frac{\pi}{4}\right)$

৯. অথবা, গামছার সংখ্যা = ১১, তোয়ালের সংখ্যা = ৪

৮. (ক) ১০, ১১.৭৮ (গ) $\frac{3}{20}$