

এইসএসসি পরীক্ষা ২০১৬ এর মডেল প্রশ্ন (সকল বোর্ডের জন্য)

বিষয়ঃ উচ্চতর গণিত - দ্বিতীয় পত্র

সময়ঃ ৩ ঘন্টা

পূর্ণমান-৭৫

[বি. ড্র. দক্ষিণ পার্শ্বস্থ সংখ্যামান প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক।]

ক-বিভাগ: বীজগণিত

১. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: ৫×২=১০ক. $|x-1| < \frac{1}{10}$ হলে, দেখাও যে, $|x^2-1| < \frac{21}{100}$ খ. $7-30\sqrt{-2}$ এর বর্গমূল নির্ণয় কর।গ. a ও b বাস্তব সংখ্যা এবং $a^2 + b^2 = 1$ হলে, প্রমাণ কর যে, x এর একটি বাস্তব মান $\frac{1-ix}{1+ix} = a-ib$ সমীকরণকে সিদ্ধ করে।২. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: ৫×২=১০ক. $px^2 + qx + 1 = 0$ ও $qx^2 + px + 1 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের একটি মাত্র সাধারণ মূল থাকলে, প্রমাণ কর যে, $p + q + 1 = 0$ খ. $x^3 - 5x^2 + 17x - 13 = 0$ সমীকরণের একটি মূল 1 হলে, অপর মূল দুইটি নির্ণয় কর।গ. $\left(3 + \frac{x}{2}\right)^n$ -এর বিস্তৃতিতে x^7 এবং x^8 সহগদ্বয় সমান হলে, n এর মান নির্ণয় কর। যেখানে $n \in \mathbb{N}$

খ-বিভাগ: জ্যামিতি

৩. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: ৫×২=১০ক. $5x^2 + 30x + 2y + 59 = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু, উপকেন্দ্র, অক্ষরেখা ও দিকাক্ষ রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।খ. p এর মান কত হলে $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{25} = 1$ উপবৃত্তটি (6, 4) বিন্দু অতিক্রম করবে। উপবৃত্তটির উৎকেন্দ্রিকতা এবং উপকেন্দ্রের অবস্থান নির্ণয় কর।

গ. একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্র (1, 1),
দিকাক্ষ রেখার সমীকরণ $2x + y = 1$ এবং উৎকেন্দ্রিকতা $\sqrt{3}$

গ-বিভাগ: ত্রিকোণমিতি

8. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$

ক. প্রমাণ কর যে, $\cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{3}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{3} = \tan^{-1} 2$

খ. $\cos^{-1} \frac{x}{a} + \cos^{-1} \frac{y}{b} = \theta$ হলে, দেখাও যে, $\frac{x^2}{a^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \theta + \frac{y^2}{b^2} = \sin^2 \theta$

গ. সমাধান কর: $\cos \theta - \cos 7\theta = \sin 4\theta$

ঘ-বিভাগ: স্থিতিবিদ্যা ও গতিবিদ্যা

৫. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ + ৫ = ১০$

ক. i. প্রমাণ কর যে, কোনো নির্দিষ্ট দিকে এক বিন্দুগামী দুইটি বলের
লম্বাংশের বীজগাণিতীয় সমষ্টি একই দিকে এদের লম্বির
লম্বাংশের সমান।

ii. একটি হেলানো সমতলের ভূমির ও দৈর্ঘ্যের সমান্তরালে
ক্রিয়াশীল যথাক্রমে P এবং Q মানের দুইটি পৃথক বল প্রত্যেকে W
ওজনের কোনো বস্তুকে তলের উপর স্থির রাখতে পারে। প্রমাণ

কর যে, $W = \frac{PQ}{\sqrt{P^2 - Q^2}}$, $P > Q$

খ. (i) দুইটি সদৃশ সমান্তরাল বলের লম্বি ও তার প্রয়োগ বিন্দু নির্ণয় কর।

(ii) P ও Q বল দুইটি পরস্পর α কোণে ক্রিয়ারত। এদের
অবস্থান বিনিময় করলে লম্বি কোণে ঘুরে যায় θ । প্রমাণ কর যে,

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{P - Q}{P + Q} \tan \frac{\alpha}{2}$$

৬. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

৫ + ৫ = ১০

ক. (i) প্রমাণ কর যে, বায়ুশূন্য স্থানে প্রক্ষিপ্ত বস্তুকণার গতিপথ একটি পরাবৃত্ত।

(ii) দুইটি বেগের বৃহত্তম লম্বি এদের ক্ষুদ্রতম লম্বির n গুণ। বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ α হলে, লম্বি বেগের মান এদের সমষ্টির

অর্ধেক হয়। প্রমাণ কর যে, $\cos\alpha = \frac{n^2 + 2}{2(1 - n^2)}$

খ. (i) প্রমাণ কর যে, $v^2 = u^2 + 2fs$

(ii) একটি কণা u আদিবেগে প্রক্ষিপ্ত হল। যদি কণাটির বৃহত্তম উচ্চতা H হয়, তবে প্রমাণ কর যে, অনুভূমিক পাল্লা

$$R = 4\sqrt{H\left(\frac{u^2}{2g} - H\right)}$$

ঙ-বিভাগ: যোগাশয়ী প্রোগ্রাম

৭. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

৫×১=৫

ক. লেখচিত্রের সাহায্যে $z = 2x + 3y$ এর সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর:

সীমাবদ্ধতা: $x + 2y \leq 10, x + y \leq 6, x \leq 4, x, y \geq 0$

খ. এক ব্যক্তি 500 টাকার মধ্যে কমপক্ষে 6 খানা গামছা এবং 4 খানা তোয়ালে কিনতে চান। প্রতিখানা গামছার দাম 30 টাকা এবং প্রতিখানা তোয়ালের দাম 40 টাকা। প্রত্যেক প্রকারের কতখানা জিনিস কিনলে সে প্রদত্ত শর্তাধীনে সর্বাপেক্ষা বেশি সংখ্যক জিনিস কিনতে পারবেন?

চ-বিভাগ: পরিসংখ্যান

৮. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: ৫×২ = ১০
- ক. নিচের সংখ্যাগুলির পরিমিত ব্যবধান ও ভেদাঙ্ক নির্ণয় কর।
6, 10, 9, 12, 21, 24, 25, 15, 16, 22
- খ. বর্জনশীল ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাব্যতার সংযোগসূত্র লিখ এবং প্রমাণ কর।
- গ. আলমের বাংলা পরীক্ষায় ফেল করার সম্ভাবনা $\frac{1}{5}$, বাংলা এবং ইংরেজিতে পাসের সম্ভাবনা $\frac{3}{4}$ এবং দুইটির যে কোনো একটিতে পাসের সম্ভাবনা $\frac{7}{8}$ হলে, তার কেবল ইংরেজিতে পাসের সম্ভাবনা কত?
১. (খ) $\pm(5 - 3\sqrt{-2})$
২. (খ) $2 \pm 3i$ (গ) $n = 55$
৩. (ক) $(-3, -7); \left(-3, -\frac{71}{10}\right); x + 3 = 0; 10y + 69 = 0$
(খ) $P = 100; \frac{\sqrt{3}}{2}, (\pm 5\sqrt{3}, 0)$
(গ) $7x^2 - 2y^2 + 12xy - 2x + 4y - 7 = 0.$
৪. (গ) $\frac{n\pi}{4}, \frac{n\pi}{3} + (-1)^n \frac{\pi}{18}$ যখন $n \in \mathbb{Z}$
৭. (ক) $Z_{\max} = 16$
(খ) গামছার সংখ্যা = 11 এবং তোয়ালের সংখ্যা = 4
৮. (ক) 6.39; 40.8
(গ) $\frac{3}{40}$