

এইসএসসি পরীক্ষা ২০১৬ এর মডেল প্রশ্ন (সকল বোর্ডের জন্য)

বিষয়ঃ উচ্চতর গণিত - দ্বিতীয় পত্র

সময়ঃ ৩ ঘন্টা

পূর্ণমান-৭৫

[বি. দ্র. দক্ষিণ পার্শ্বস্থ সংখ্যামান প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক।]

ক-বিভাগঃ স্থিতিবিদ্যা ও গতিবিদ্যা

১. নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$

ক. বলের লম্বাংশ উপপাদ্যটি বর্ণনাসহ প্রমাণ কর।

খ. কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত P এবং Q মানের দুইটি বলের লম্বি তাদের অন্তর্গত কোণকে এক তৃতীয়াংশে বিভক্ত করে। দেখাও যে, বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণের পরিমাণ $3\cos^{-1} \frac{P}{2Q}$ এবং লম্বির মান $\frac{P^2 - Q^2}{Q}$, ($P > Q$)

অথবা,

ক. সাম্যাবস্থার ক্ষেত্রে বলের ত্রিভুজ সূত্রটি বিবৃত ও প্রমাণ কর।

গ. কোন বিন্দুতে কার্যরত P , Q , R মানের তিনটি বল সাম্যাবস্থায় আছে। P ও Q বলের মধ্যবর্তী কোণ P ও R এর মধ্যবর্তী কোণের দ্বিগুণ হলে, দেখাও যে, $R^2 = Q(Q - P)$.

২. নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$ ক. সচরাচর সংকেতমালায় $v^2 = u^2 + 2fs$ সূত্রটি প্রতিষ্ঠা কর।

খ. একটি ট্রেন দুটি স্টেশনের মধ্যবর্তী দূরত্বের প্রথম $\frac{1}{m}$ অংশ সমত্বরণে ও শেষ $\frac{1}{n}$ অংশ সমমন্দনে চলে। অবশিষ্ট অংশ সমবেগে চললে এবং গতিস্থির হতে স্থির হলে, দেখাও যে এর সর্বোচ্চ বেগ ও গড় বেগের অনুপাত $\left\{ 1 + \frac{1}{m} + \frac{1}{n} \right\} : 1$ ।

অথবা,

ক. প্রমাণ কর যে, বায়ুহীন অবস্থায় অনুভূমিকের সাথে α কোণে শূন্যে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক পাল্লা R হলে, ইহার গতিপথের সমীকরণ $y = x \tan \alpha \left(1 - \frac{x}{R}\right)$.

খ. h উচ্চতা বিশিষ্ট একটি টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু হতে অবাধে পড়ন্ত একখণ্ড পাথর x মিটার দূরত্বে नीচে পৌঁছিলে টাওয়ারের শীর্ষবিন্দুর y মিটার নিচে কোন বিন্দু থেকে আর একখণ্ড পাথর নিচে ফেলা হল। এরা একই সাথে ভূমিতে পড়লে দেখাও যে,
$$h = \frac{(x + y)^2}{4x}$$
 মিটার।

খ-বিভাগ: যোগাশয়ী প্রোগ্রাম

৩. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ১ = ৫$

ক. যোগাশয়ী প্রোগ্রামটিকে লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর এবং $z = 2x - y$ কে সর্বনিম্ন কর।

শর্তগুলোঃ $x + 2y \leq 8$, $4x + 3y \geq 12$, $x + y \leq 5$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

খ. একজন ফল বিক্রেতা আম ও পেয়ারা বিক্রি করে। প্রতি বুড়ি আম ও পেয়ারার মূল্য যথাক্রমে 50 টাকা ও 25 টাকা। ঐ বিক্রেতা তার দোকানে 12টির বেশী বুড়ি রাখতে পারে না। প্রতি বুড়ি আম ও পেয়ারা বিক্রয়ে লাভ যথাক্রমে 10 টাকা ও 6 টাকা হলে 500 টাকা মূলধন ব্যয়ে কত বুড়ি আম ও পেয়ারা ক্রয় করলে ঐ বিক্রেতা সর্বোচ্চ লাভ করতে পারবে?

গ-বিভাগ: পরিসংখ্যান

৪. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$

ক. একটি কলেজের একাদশ শ্রেণীর 40 জন ছাত্রের মধ্যে 20 জন ফুটবল খেলে, 25 জন ক্রিকেট খেলে এবং 10 জন ফুটবল ও ক্রিকেট খেলে। তাদের মধ্য থেকে একজনকে দৈবায়িত উপায়ে নির্বাচন করা হল। যদি ছেলেটি ফুটবল খেলে তবে তার ক্রিকেট খেলার সম্ভাবনা কত?

খ. দুইটি অবর্জনশীল ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাব্যতার সংযোগ সূত্রটি লিখ ও প্রমাণ কর।

গ. নিচের তথ্যসারি থেকে পরিমিত ব্যবধান ও ভেদাংক নির্ণয় কর:

শ্রেণিব্যাপ্তি	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49
গণসংখ্যা	7	10	15	13	9	6

ঘ-বিভাগ: বীজগণিত

৫. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$

ক. প্রমাণ কর, $|a + b| \leq |a| + |b|$ যেখানে $a, b \in \mathbb{R}$.

খ. $-8 - 6\sqrt{-1}$ এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

গ. প্রমাণ কর যে, $\left\{ \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2} \right\}^n + \left\{ \frac{-1 - \sqrt{-3}}{2} \right\}^n = 2$

যখন n এর মান 3 দ্বারা বিভাজ্য এবং -1 , যখন n অপর কোন পূর্ণ সংখ্যা হয়।

৬. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$

ক. $27x^2 + 6x - (p + 2) = 0$ সমীকরণটির একটি মূল অপরটির বর্গের সমান হলে p এর মান নির্ণয় কর।

খ. যদি $4x^2 - 6x + 1 = 0$ সমীকরণের মূল দুটি α ও β হলে, $\alpha + \frac{1}{\beta}$

এবং $\beta + \frac{1}{\alpha}$ মূল বিশিষ্ট সমীকরণটি নির্ণয় কর।

গ. যদি $(a + 3x)^n$ এর বিস্তৃতিতে প্রথম তিনটি পদ যথাক্রমে $b, \frac{21}{2}bx$ ও

$\frac{189}{4}bx^2$ হয়, তাহলে a, b এবং n এর মান বের কর।

ঙ-বিভাগ: জ্যামিতি

৭. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: ৫ × ২ = ১০
- ক. $y = ax^2 + bx + c$ পরাবৃত্তটির শীর্ষ $(-2, 3)$ বিন্দুতে অবস্থিত এবং এটি $(0, 5)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। a, b, c এর মান নির্ণয় কর।
- খ. কোন উপবৃত্তের একটি উপকেন্দ্র ও অনুরূপ দিকাক্ষের মধ্যকার দূরত্ব ১৬ ইঞ্চি এবং তার উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{3}{5}$, উপবৃত্তের প্রধান অক্ষ দুইটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
- গ. অধিবৃত্তের অক্ষ দুইটিকে স্থানাঙ্কের অক্ষ ধরে এমন একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য ২৪ এবং উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(0, \pm 13)$ ।

চ-বিভাগ: ত্রিকোণমিতি

৮. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: ৫ × ২ = ১০
- ক. প্রমাণ করঃ $\cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{3}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{3} = \tan^{-1} 2$.
- খ. যদি $\sin(\pi \cos \theta) = \cos(\pi \sin \theta)$ হয়, তবে দেখাও যে,

$$\theta = \pm \frac{\pi}{4} + \cos^{-1} \frac{1}{2\sqrt{2}}$$
- গ. সমাধান কর : $4 \cos x \cos 2x \cos 3x = 1$. যখন $0 < x < \pi$

উত্তরমালা

৩. (ক) $x = 0, y = 4, Z_{\min} = -4$
 (খ) আম ৪ বুড়ি, পেয়ারা ৪ বুড়ি।
৪. (ক) $\frac{1}{2}$ (গ) ৭.৩৮; ৫৪.৫০
৫. (খ) $\pm (1 - 3i)$
৬. (ক) ৬, -১ (খ) $4x^2 - 30x + 25 = 0$ (গ) ২, ১২৮ ও ৭
৭. (ক) $\frac{1}{2}, 2, 5$ (খ) ৩০ ইঞ্চি ও ২৪ ইঞ্চি (গ) $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{144} = 1$
৮. (গ) $\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{8}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}$