

এইসএসসি পরীক্ষা ২০১৬ এর মডেল প্রশ্ন (সকল বোর্ডের জন্য)

বিষয়ঃ উচ্চতর গণিত - প্রথম পত্র

সময়ঃ ৩ ঘন্টা

পূর্ণমান-৭৫

ক-বিভাগ: বীজগণিত

১. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$

ক. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{bmatrix}$ ও $B = \begin{bmatrix} -11 & 2 & 2 \\ -4 & 0 & 1 \\ 6 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ হলে AB ও BA

নির্ণয় করে A ও B ম্যাট্রিক্সের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $\begin{vmatrix} b^2 + c^2 & ab & ca \\ ab & c^2 + a^2 & bc \\ ca & bc & a^2 + b^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$.

গ. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ হলে A^{-1} নির্ণয় কর।

২. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ১ = ৫$

ক. Postage শব্দটির অক্ষরগুলি কত রকমে সাজানো যায় যেন স্বরবর্ণগুলি জোড় স্থান দখল করে? শব্দটির অক্ষরগুলি কত প্রকারে সাজানো যায় যাতে ব্যঞ্জনবর্ণগুলি একত্রে থাকবে?

খ. দেখাও যে, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 সে.মি. দীর্ঘ সাতটি সরলরেখা থেকে চারটি করে নিয়ে 32টি চতুর্ভুজ তৈরি করা যাবে।

খ-বিভাগ: জ্যামিতি ও ভেক্টর

৩. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ১ = ৫$

ক. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।

খ. দুইটি ভেক্টর $\vec{A} = 2\hat{i} - 6\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $B = 4\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ দ্বারা গঠিত সমতলের ওপর একটি একক লম্ব ভেক্টর নির্ণয় কর।৪. যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ৩ = ১৫$ ক. ΔOAB এর শীর্ষত্রয় যথাক্রমে $(0, 0)$, $(a \cos \beta, -a \sin \beta)$ এবং $(a \sin \alpha, a \cos \alpha)$ দেখাও যে, $\alpha = \beta$ হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফলের মান বৃহত্তম হবে। বৃহত্তম মানটি নির্ণয় কর।

- খ. একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা অক্ষদ্বয়ের সাথে ৪ বর্গ একক ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজ উৎপন্ন করে এবং মূলবিন্দু হতে উক্ত রেখার উপর অংকিত লম্ব x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে।
- গ. এরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা y অক্ষকে $(0, \sqrt{3})$ বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং $(-1, 0)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। এর কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।
- ঘ. $(-5, 4)$ বিন্দু হতে $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ বৃত্তের ওপর অংকিত স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ-বিভাগ: ত্রিকোণমিতি

৫. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$
- ক. একটি ত্রিভুজের কোণগুলি সমান্তর প্রগমন শ্রেণিভুক্ত। এর বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম কোণ দুইটিকে যথাক্রমে রেডিয়ানে ও ডিগ্রীতে প্রকাশ করলে এদের অনুপাত হয় $\pi : 90$; কোণগুলির পরিমাপকে রেডিয়ানে নির্ণয় কর।
- খ. যদি $\tan^2\theta = 1 - e^2$ হয়, তবে দেখাও যে,

$$\sec\theta + \tan^3\theta \operatorname{cosec}\theta = (2 - e^2)^{\frac{3}{2}}$$
- গ. লেখচিত্র অংকন কর: $y = \sin 3x$; ($x = 0$ হতে $x = 2\pi$ পর্যন্ত)
৬. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$
- ক. যদি $A \neq B$ এবং $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $A + B = \frac{\pi}{2}$.
- খ. প্রমাণ কর যে,
$$\sec x = \frac{2}{\sqrt{2 + \sqrt{2 + 2 \cos 4x}}}$$
- গ. ABC ত্রিভুজের বাহুগুলি a, b, c এবং $(a + b + c)(b + c - a) = 3bc$ হলে A কোণের মান নির্ণয় কর।

ঘ-বিভাগ: ক্যালকুলাস

৭. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ১ = ৫$

ক. যদি $f(x) = \cos(\ln x)$ হয়, তবে $f(x) f(y) - \frac{1}{2} \left\{ f\left(\frac{x}{y}\right) + f(xy) \right\}$

এর মান নির্ণয় কর।

খ. মনে কর, বাস্তব সংখ্যার সেট R এবং $f: R \rightarrow R$ কে নীচের সূত্র দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হলো:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & \text{যদি } x > 3 \\ x^2 - 2 & \text{যদি } -2 \leq x \leq 3; \\ 2x + 3 & \text{যদি } x < -2 \end{cases}$$

মান নির্ণয় কর :

ক) $f(2)$ খ) $f(4)$ গ) $f(-1)$ ঘ) $f(-3)$ ঙ) $f(0)$

চ-বিভাগ: পরিসংখ্যান

৮. যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ৩ = ১৫$

ক. মান নির্ণয় কর: $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^{\frac{5}{2}} - a^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{x} - \sqrt{a}}$

অথবা, মূল নিয়মে a^x এর অন্তরজ নির্ণয় কর।

খ. x এর প্রেক্ষিতে অন্তরজ সহগ নির্ণয় কর: (যে কোন ২টি) $২ \times ২\frac{১}{২} = ৫$

i) $\log_x a$ ii) $2x^0 \cos 3x^0$

iii) $e^{x^2} + x^{x^2}$ iv) $x^y = e^{x+y}$

গ. $y = \sqrt{4 + 3 \sin x}$ হলে দেখাও যে, $2y \frac{d^2y}{dx^2} + 2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + y^2 = 4$.

অথবা, $x^3 + xy^2 - 3x^2 + 4x + 5y + 2 = 0$ বক্ররেখার $(1, -1)$ বিন্দুতে স্পর্শক ও অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর।

ঘ. যে কোন ২টি প্রশ্নের উত্তর দাও : $২ \times ২\frac{১}{২} = ৫$

(i) $\int \sin^2 x \cos^2 x \, dx$ (ii) $\int \frac{x \cdot dx}{\sqrt{1-x}}$

(iii) $\int_1^4 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \, dx$ (iv) $\int_0^1 \frac{1+x}{1+x^2} \, dx$

অথবা, $y^2 = 4ax$ এবং $x^2 = 4ay$ পরাবৃত্ত দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

উত্তরমালা

১. (ক) $AB = BA = I_3$ (গ)
$$\begin{bmatrix} -\frac{5}{13} & \frac{2}{13} & \frac{6}{13} \\ \frac{7}{13} & \frac{5}{13} & -\frac{11}{13} \\ \frac{1}{13} & \frac{-3}{13} & \frac{4}{13} \end{bmatrix}$$

২. (ক) 144, 576

৩. (খ) $\pm \frac{1}{7} (3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k})$

৪. (ক) $\frac{1}{2} a^2$ বর্গ একক (খ) $x + y = 4$

(গ) $x^2 + y^2 + 4x - 2\sqrt{3}y + 3 = 0$; $(-2, \sqrt{3})$; 2 একক

(ঘ) $y = 4, 3x + 4y = 1$.

৫. $\frac{2\pi^c}{9}, \frac{\pi}{3}$ এবং $\frac{4\pi^c}{9}$

৬. (গ) 60°

৭. (ক) 0 (খ) ক. 2 খ. 11 গ. -1 ঘ. -3 ঙ. -2

৮. (ক) $5a^2$ অথবা, $a^x \ln(a)$ (খ) (i) $-\frac{\log a}{x (\log x)^2}$

(ii) $\frac{\pi}{90} \left(\cos \frac{\pi x}{60} - \frac{\pi x}{60} \sin \frac{\pi x}{60} \right)$ (iii) $2x e^{x^2} + x^{x^2+1} (1 + 2 \ln x)$

(iv) $\frac{x-y}{x(\ln x - 1)}$ (গ) অথবা, $2x + 3y + 1 = 0, 3x - 2y - 5 = 0$

(ঘ) (i) $\frac{1}{8} \left(x - \frac{1}{4} \sin 4x \right) + c$ (ii) $-\frac{2}{3} (x+2) \sqrt{1-x} + c$

(iii) $8 \ln 2 - 4$ (iv) $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \ln 2$ অথবা, $\frac{16}{3} a^2$