

এইসএসসি পরীক্ষা ২০১৬ এর মডেল প্রশ্ন (সকল বোর্ডের জন্য)

বিষয়: উচ্চতর গণিত - প্রথম পত্র

সময়: ৩ ঘন্টা

পূর্ণমান-৭৫

(বি. প্র. দক্ষিণ পাশ্চাত্য সংখ্যামান প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক।)

ক-বিভাগ: বীজগণিত

১. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$ ক. (i) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ এবং $C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ হলে, প্রমাণ করযে, $(AB)C = A(BC)$ (ii) প্রমাণ কর যে:
$$\begin{vmatrix} 1 + a^2 - b^2 & 2b & -2b \\ 2ab & 1 - a^2 + b^2 & 2a \\ 2b & -2a & 1 - a^2 - b^2 \end{vmatrix} = (1 + a^2 + b^2)^3$$
(iii) প্রমাণ কর যে,
$$\begin{vmatrix} a - b - c & 2a & 2a \\ 2b & b - c - a & 2b \\ 2c & 2c & c - a - b \end{vmatrix} = (a + b + c)^3$$
২. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ১ = ৫$

i. প্রত্যেক অংককে প্রত্যেক সংখ্যায় কেবল একবার ব্যবহার করে 6, 5, 2, 3, 0 দ্বারা পাঁচ অংক বিশিষ্ট কতগুলি অর্থপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যায়।

ii. দেখাও যে, n সংখ্যক বাহু বিশিষ্ট একটি বহুভুজের $\frac{1}{2} n(n - 3)$ সংখ্যক কর্ণ আছে। আরও দেখাও যে, এর কৌণিক বিন্দুগুলির সংযোগ রেখা দ্বারা $\frac{1}{6} n(n - 1)(n - 2)$ সংখ্যক বিভিন্ন ত্রিভুজ গঠন করা যেতে পারে।

খ-বিভাগ: জ্যামিতি ও ভেক্টর

৩. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ১ = ৫$
- i. দেখাও যে, $a = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, $b = \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$, $c = 2\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}$ ভেক্টরগুলি একটি সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করে।
- ii. $2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টরটি অক্ষত্রয়ের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় কর।

৪. যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ৩ = ১৫$
- i. কোন ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু $(2, -1)$, $(a + 1, a - 3)$ ও $(a + 2, a)$ হলে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। a এর মান কত হলে বিন্দুগুলি সমরেখ হবে।
- ii. $A(h, k)$ বিন্দুটি $6x - y = 1$ রেখার উপর অবস্থিত এবং $B(k, h)$ বিন্দুটি $2x - 5y = 5$ রেখার উপর অবস্থিত AB সরলরেখাটির সমীকরণ নির্ণয় কর।
- iii. দুইটি সরলরেখা $(6, -7)$ বিন্দু দিয়ে যায় এবং $y + x\sqrt{3} - 1 = 0$ রেখার সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে। এদের সমীকরণ নির্ণয় কর।
- iv. $x = 0$, $y = 0$ এবং $x = a$ রেখা তিনটিকে স্পর্শ করে এরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ-বিভাগ: ত্রিকোণমিতি

৫. যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ৩ = ১৫$
- i. $y = \sin x$ এর লেখচিত্র অংকন কর : $-2\pi < x < 2\pi$ ব্যবধিতে।

ii. যদি $\sin^2 A + \sin^4 A = 1$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে,
 $\tan^4 A - \tan^2 A = 1$

iii. $\sin^3 x + \sin^3 (120^\circ + x) + \sin^3 (240^\circ + x) = \frac{-3}{4} \sin^3 x$

iv. $\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} = 4$ প্রমাণ কর।

v. $\tan \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{\phi}{2}$ হয় তবে প্রমাণ কর যে,

$$\cos \phi = \frac{\cos \theta - e}{1 - e \cos \theta}$$

vi. যে কোন ত্রিভুজ ABC এ $\angle A = 60^\circ$ হলে, দেখাও যে,

$$b + c = 2a \cos \frac{B - C}{2}$$

ঘ-বিভাগ: ক্যালকুলাস

৬.(i) যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

৫ × ১ = ৫

ক. যদি $f(x) = \cos(\ln x)$ হয় তবে $f(x) f(y) - \frac{1}{2}$

$\left(f\left(\frac{x}{y}\right) + f(xy) \right)$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ কে $f(x) = x^2 + 1$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হলো। মান নির্ণয় কর।

(ii) যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

৫ × ৩ = ১৫

(a) ক. মান নির্ণয় কর: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x}$

খ. মূল নিয়মে অন্তরীকরণ কর $\log_a x$

(b) অন্তরীকরণ নির্ণয় কর :

(ক) $\tan^{-1} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$; (খ) $e^{x^2} + x^{x^2}$

(c) $y = (x + \sqrt{1+x^2})^m$ হলে প্রমাণ কর যে,

$$(1+x^2) \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - m^2y = 0$$

(d) যোগজীকরণ কর : (২টি)

(i) $\int \frac{1}{1+3\cos^2x} dx$ (ii) $\int \frac{dx}{(x-3)\sqrt{x+1}}$ (iii) $\int x \cos^{-1} x dx$

২. (i) 36

৩. (ii) $\cos^{-1} \left(\frac{2}{3}\right), \cos^{-1} \left(-\frac{1}{3}\right), \cos^{-1} \left(\frac{2}{3}\right)$

৪. (i) $\frac{1}{2}(2a-1)$ বর্গ একক, $\frac{1}{2}$, (ii) $x+y-6=0$

(iii) $y+7=0, \sqrt{3}x-y-7-6\sqrt{3}=0$

(iv) $x^2+y^2-ax \pm ay + \frac{1}{4}a^2 = 0$

৬. (i) (ক) 0 (খ) $\{-2, 2\}, \emptyset, \{3, -3\}$ (ii) (a) (ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{1}{x} \log_a e$

(b) (ক) $\frac{-1}{2\sqrt{1-x^2}}$ (খ) $2xe^{x^2} + x^{x^2+1} (1+2 \ln x)$

(d) (i) $\frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{\tan x}{2}\right) + c$ (ii) $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x+1}+2} \right| + c$

(iii) $\frac{1}{2} x^2 \cos^{-1} x + \frac{1}{4} \sin^{-1} x - \frac{1}{4} x \sqrt{1-x^2} + c$