

এইসএসসি পরীক্ষা ২০১৬ এর মডেল প্রশ্ন (সকল বোর্ডের জন্য)

বিষয়ঃ উচ্চতর গণিত - প্রথম পত্র

সময়ঃ ৩ ঘন্টা

পূর্ণমান-৭৫

*(বি. দ্র. দক্ষিণ পার্শ্বস্থ সংখ্যামান প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক।)*

## ক-বিভাগঃ বীজগণিত

১. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$ ক.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$  হলে  $A^2 - 4A - 5I$  এর মান নির্ণয় কর।খ. প্রমাণ কর যে,  $\begin{vmatrix} (b+c)^2 & a^2 & 1 \\ (c+a)^2 & b^2 & 1 \\ (a+b)^2 & c^2 & 1 \end{vmatrix} = -2(a+b+c)(b-c)(c-a)(a-b)$ গ.  $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 10 \end{bmatrix}$  হলে দেখাও যে,  $AA^{-1} = I_2$ ।২. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ১ = ৫$ 

ক. প্রত্যেক অঙ্ককে প্রত্যেক সংখ্যায় একবার মাত্র ব্যবহার করে 6, 5, 2, 3, 0 অঙ্কগুলি দ্বারা পাঁচ অঙ্কের কতগুলি অর্থপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যায় তা নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে,  $n$  বাহু বিশিষ্ট একটি বহুভুজের  $\frac{1}{2}n(n-3)$  সংখ্যক কর্ণ আছে। আরও দেখাও যে, এর কৌণিক বিন্দুগুলোর সংযোগ রেখা দ্বারা  $\frac{1}{6}n(n-1)(n-2)$  সংখ্যক বিভিন্ন ত্রিভুজ গঠন করা যায়।

খ-বিভাগ: জ্যামিতি ও ভেক্টর

৩. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ১ = ৫$
- ক. তিনটি বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে  $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $-\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$ ,  
এবং  $-4\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}$  হলে, দেখাও যে, বিন্দু তিনটি একটি সমবাহু  
ত্রিভুজ গঠন করে।
- খ. ABC ত্রিভুজের BC বাহুর মধ্যবিন্দু D হলে, ভেক্টর পদ্ধতিতে  
দেখাও যে,  $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$

৪. যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ৩ = ১৫$
- ক. একটি সরলরেখা  $(-2, -5)$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং x ও y -  
অক্ষ দুইটিকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে, যেখানে  
 $OA - OB = 0$  হয় এবং O মূলবিন্দু। সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয়  
কর।
- খ.  $4x - 3y = 8$  সরলরেখার সমান্তরাল এবং তা থেকে 2 একক দূরে  
অবস্থিত সরলরেখাগুলির সমীকরণ নির্ণয় কর।
- গ.  $\frac{1}{2}\sqrt{10}$  ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্ত  $(1, 1)$  বিন্দু দিয়ে যায় এবং  
বৃত্তটির কেন্দ্র  $y = 3x - 7$  রেখার উপর অবস্থিত। বৃত্তটির  
সমীকরণ নির্ণয় কর।
- ঘ.  $3x + by - 1 = 0$  রেখাটি  $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$  বৃত্তকে স্পর্শ  
করে। b-এর মান নির্ণয় কর।

গ-বিভাগ: ত্রিকোণমিতি

৫. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$
- ক. (i) যদি  $\cos \alpha + \sec \alpha = \frac{5}{2}$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $\cos^n \alpha +$   
 $\sec^n \alpha = 2^n + 2^{-n}$
- (ii) যদি  $7 \sin^2 \theta + 3 \cos^2 \theta = 4$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  
 $\tan \theta = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

খ. যদি  $\cot\alpha + \cos\beta = a$ ,  $\tan\alpha + \tan\beta = b$  এবং  $\alpha + \beta = \theta$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $(a - b) \tan\theta = ab$ .

গ. লেখচিত্র অংকন কর :  $y = \cos 2x$ ;  $0 \leq x \leq \pi$

৬. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$

ক. প্রমাণ কর যে,  $\sin^3 x + \sin^3 (120^\circ + x) + \sin^3 (240^\circ + x)$   
 $= -\frac{3}{4} \sin 3x$

খ.  $A + B + C = \pi$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $\cos^2 A + \cos^2 B - \cos^2 C = 1 - 2 \sin A \sin B \cos C$

গ. যদি ABC ত্রিভুজে  $\cos A = \sin B - \cos C$  হয়, তবে দেখাও যে, ত্রিভুজটি সমকোণী।

### ঘ-বিভাগ: ক্যালকুলাস

৭. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ১ = ৫$

ক.  $f: \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\}$  ফাংশনটি  $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$  দ্বারা

সংজ্ঞায়িত। প্রমাণ কর যে, ফাংশনটি এক-এক এবং সার্বিক।

$f^{-1}(x)$  নির্ণয় কর।

খ.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  কে  $f(x) = x^2 + 1$  দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হল। মান নির্ণয় কর : (i)  $f^{-1}(10)$  (ii)  $f^{-1}([2, 10])$

৮. যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ৩ = ১৫$

ক.  $x$  এর সাপেক্ষে অন্তরজ নির্ণয় কর : (যে কোন দুইটি)

(i)  $\frac{x \sin x}{1 + \cos x}$  (ii)  $x^{x^x}$  (iii)  $2x^\circ \cos 3x^\circ$

খ.  $y = \sin(\sin x)$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} \tan x + y \cos^2 x = 0$

গ.  $y = 4e^x + 9e^{-x}$  এর লঘুমান নির্ণয় কর।

ঘ. যে কোন দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

(i)  $\int \frac{dx}{1 + \tan x}$  (ii)  $\int x \tan^{-1} x dx$  (iii)  $\int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx$

১. (ক)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

২. (ক) 36

৪. (ক)  $x + y + 7 = 0$

(খ)  $4x - 3y + 2 = 0, 4x - 3y - 18 = 0$

(গ)  $x^2 + y^2 - 5x - y + 4 = 0$

(ঘ) 2 বা,  $-\frac{1}{6}$

৭. (ক)  $f^{-1}(x) = \frac{3x-2}{x-1}$

(খ) (i)  $\{-3, 3\}$  (ii)  $\{x : 1 \leq x \leq 3 \text{ অথবা } -3 \leq x \leq -1\}$

৮. (ক) (i)  $\frac{x + \sin x}{1 + \cos x}$ ; (ii)  $x^{x^x} \cdot x^x [\ln(x) \{(\ln(x) + 1)\} + \frac{1}{x}]$ ;

(iii)  $\frac{\pi}{90} \left( \cos \frac{\pi x}{60} - \frac{\pi x}{60} \sin \frac{\pi x}{60} \right)$  (গ) 12

(ঘ) (i)  $\frac{1}{2} [x + \ln |\sin x + \cos x|] + c$ ; (ii)  $\frac{1}{2} (x^2 + 1) \tan^{-1} x - \frac{1}{2} x + c$ ;

(iii)  $4\pi$