

এইসএসসি পরীক্ষা ২০১৬ এর মডেল প্রশ্ন (সকল বোর্ডের জন্য)

বিষয়ঃ উচ্চতর গণিত - প্রথম পত্র

সময়ঃ ৩ ঘন্টা

পূর্ণমান-৭৫

(বি. দ্র. দক্ষিণ পাশ্চাত্য সংখ্যামান প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক।)

ক-বিভাগ: বীজগণিত

১. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$ ক. যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ হলে, $A^2 - 4A - 5I$ এর মান নির্ণয় কর।খ. প্রমাণ কর: $\begin{bmatrix} (b+c)^2 & a^2 & 1 \\ (c+a)^2 & b^2 & 1 \\ (a+b)^2 & c^2 & 1 \end{bmatrix} = -2(a+b+c)(a-b)(b-c)(c-a)$ গ. ম্যাট্রিক্সের সাহায্যে সমাধান কর: $5x + 2y = 11, 3x + 4y = 1$

২. ক. স্বরবর্ণগুলিকে পাশাপাশি না রেখে 'TRIANGLE' শব্দটির অক্ষরগুলো কত সংখ্যক উপায়ে সাজানো যায় তা নির্ণয় কর। ৫

অথবা,

প্রমাণ কর: ${}^P C_q + {}^P C_{q-1} = {}^{P+1} C_q$

খ-বিভাগ: জ্যামিতি ও ভেক্টর

৩. ক. $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$ এবং $\vec{b} = 2\hat{i} - 6\hat{j} + \hat{k}$ দুইটি ভেক্টর হলে, \vec{a} ভেক্টরের উপর \vec{b} ভেক্টরের অভিক্ষেপ এবং \vec{a} ভেক্টর বরাবর \vec{b} ভেক্টরের উপাংশ নির্ণয় কর। ৫

অথবা,

ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, কোন ত্রিভুজ ABC-তে

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

৪. যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও: ৫ × ৩ = ১৫
- ক. একটি ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দুগুলোর স্থানাংক $(at_1^2, 2at_1)$, $(at_2^2, 2at_2)$ এবং $(at_3^2, 2at_3)$, যদি এর ভরকেন্দ্র X অক্ষের উপর অবস্থিত হয় তবে দেখাও যে, $t_1 + t_2 + t_3 = 0$
- খ. একটি সরলরেখা অক্ষদ্বয়ের সাথে $\frac{50}{\sqrt{3}}$ বর্গ একক ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ গঠন করে এবং মূল মধ্যবিন্দু হতে রেখাটির উপর অঙ্কিত লম্ব X অক্ষের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। রেখাটির সমীকরণ নির্ণয় কর।
- গ. মূল বিন্দু এবং $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ বৃত্ত ও $2x + 3y + 1 = 0$ রেখার ছেদ বিন্দু দিয়ে অতিক্রমকারী বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। বৃত্তটি অক্ষদ্বয় হতে কি পরিমাণ অংশ ছেদ করে তাও নির্ণয় কর।
- ঘ. $x^2 + y^2 - 4x - 6y + c = 0$ বৃত্তটির x-অক্ষকে স্পর্শ করে। c এর মান এবং স্পর্শ বিন্দুর স্থানাংক নির্ণয়।

গ-বিভাগ: ত্রিকোণমিতি

৫. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: ৫ × ২ = ১০

ক. যদি $\cos \alpha + \sec \alpha = \frac{5}{2}$ হয় তবে প্রমাণ কর যে,

$$\cos^n \alpha + \sec^n \alpha = 2^n + 2^{-n}$$

- খ. যদি $\tan\theta = \frac{5}{12}$ এবং $\cos\theta$ ঋণাত্মক হয়, তবে $\frac{\sin\theta + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan\theta}$ এর মান নির্ণয় কর।
- গ. $x = -\pi$ হতে $x = \pi$ ব্যবধিতে $y = \sin 2x$ এর লেখচিত্র অংকন কর।

৬. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: ৫ × ২ = ১০

- ক. প্রমাণ কর : $\tan 20^\circ \tan 40^\circ \tan 80^\circ = \sqrt{3}$
- খ. যদি $A + B + C = \pi$ এবং $\cot A + \cot B + \cot C = \sqrt{3}$ হয়, তবে দেখাও যে, $A = B = C$
- গ. ΔABC এ $\cos A = \sin B - \cos C$ তবে দেখাও যে, ত্রিভুজটি সমকোণী।

ঘ-বিভাগ: ক্যালকুলাস

৭. ক. X, Y বাস্তব সংখ্যার সেট R এর দুইটি উপসেট এবং $f : X \rightarrow Y$, যেখানে $f(x) = \frac{x-3}{2x+1}$, ফাংশন f এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৫
- অথবা,

যদি $f(x) = \ln(\sin x)$ এবং $\varphi(x) = \ln(\cos x)$ হলে, প্রমাণ কর যে,
 $e^{2\varphi(a)} - e^{2\ln(a)} = e^{\varphi(2a)}$

৮. যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও: ৫ × ৩ = ১৫

- ক. মান নির্ণয় কর : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 7x - \cos 9x}{\cos 3x - \cos 5x}$
- খ. মূল নিয়মে $\log_a x / \sin 2x$ এর অন্তরক সহগ নির্ণয় কর।

গ. $y = x^3 - 3x^2 - 2x + 1$ বক্ররেখার যে সকল বিন্দুতে স্পর্শকগুলো অক্ষদ্বয়ের সাথে সমান সমান কোণ উৎপন্ন করে তাদের ভূজ নির্ণয় কর।

ঘ. ২টি প্রশ্নের উত্তর দাও :

(i) $\int \cos^4 x dx$

(ii) $\int \frac{dx}{1 + \tan x}$

(iii) $\int_0^{\pi/2} e^x (\sin x + \cos x) dx$ (iv) $\int_1^{e^2} \frac{dx}{x(1 + \ln x)^2}$

১. (ক) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (গ) (3, -2)

২. 36000

৩. $4, 4a^{\wedge}$

৪. (খ) $\sqrt{3}x + y - 10 = 0$ (গ) $x^2 + y^2 + 6x + 8y = 0$; 6, 8

(ঘ) 4; (2, 0)

৫. (খ) $\frac{51}{26}$

৬. $\mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}, \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$

৮. (ক) 2 (খ) $\frac{1}{x} \log_a e$ অথবা, $2 \cos 2x$ (গ) $1 \pm \sqrt{2}, 1 \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$

(ঘ) (i) $\frac{1}{4} \left[\frac{3x}{2} + \sin 2x + \frac{1}{8} \sin 4x \right] + c$

(ii) $\frac{x}{2} + \frac{1}{2} \ln |\cos x + \sin x| + c$ (iii) $e^{\frac{\pi}{2}}$ (iv) $\frac{2}{3}$