

এইসএসসি পরীক্ষা ২০১৬ এর মডেল প্রশ্ন (সকল বোর্ডের জন্য)

বিষয়: উচ্চতর গণিত - প্রথম পত্র

সময়: ৩ ঘন্টা

পূর্ণমান-৭৫

ক-বিভাগ: বীজগণিত

১. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

৫ × ২ = ১০

ক. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ এবং $C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ হলে প্রমাণ করযে, $(AB)C = A(BC)$.খ. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ হলে $A^2 - 4A - 5I$ নির্ণয় কর,যেখানে $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ গ. প্রমাণ কর যে, $\begin{vmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ x^3 - 1 & y^3 - 1 & z^3 - 1 \end{vmatrix} = (xyz - 1)(x - y)(y - z)(z - x)$.

২. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

৫ × ১ = ৫

ক. Mathematics শব্দটির বর্ণগুলোকে কত প্রকারে সাজানো যায় তা বের কর এবং এদের কতগুলোতে স্বরবর্ণগুলো একত্রে থাকবে?

খ. ৯ ব্যক্তির একটি দল দুইটি যানবাহনে ভ্রমণ করবে, যার একটিতে সাতজনের বেশি এবং অন্যটিতে চার জনের বেশি ধরে না। দলটি কত প্রকারে ভ্রমণ করতে পারবে?

খ-বিভাগ: জ্যামিতি ও ভেক্টর

৩. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ১ = ৫$
- ক. ABC ত্রিভুজের BC বাহুর মধ্যবিন্দু M. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, $AB^2 + AC^2 = 2(AM^2 + BM^2)$.
- খ. $\vec{A} = \hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 6\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টর দুইটির অন্তর্গত কোণ নির্ণয় কর। \vec{A} ভেক্টর বরাবর \vec{B} ভেক্টরের উপাংশ এবং অভিক্ষেপ নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, এদের সাংখ্যিক মান সমান।
৪. যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ৩ = ১৫$
- ক. একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর, যার অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী খণ্ডিত অংশ $(-4, 3)$ বিন্দুতে $5 : 3$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয়।
- খ. দুটি সরলরেখা $(6, 7)$ বিন্দু দিয়ে যায় এবং $3x + 4y = 11$ রেখার সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে। রেখা দুটির সমীকরণ নির্ণয় কর এবং তাদের সমীকরণ থেকে দেখাও যে, তারা পরস্পর লম্বভাবে অবস্থান করে।
- গ. $x = 0$, $y = 0$ এবং $x = a$ রেখা তিনটিকে স্পর্শ করে এরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।
- ঘ. $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 2 = 0$ বৃত্তের স্পর্শক অক্ষ দুটি হতে একই চিহ্নবিশিষ্ট সমমানের অংশ ছেদ করে। স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ-বিভাগ: ত্রিকোণমিতি

৫. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$
- ক. $y = \cos^2 x$ এর লেখচিত্র অংকন কর, যেখানে $-180^\circ \leq x \leq 180^\circ$
- খ. $\cot A + \cot B + \cot C = 0$ হলে প্রমাণ কর যে, $(\sum \tan A)^2 = \sum \tan^2 A$.
- গ. $\tan \theta + \sin \theta = m$ এবং $\tan \theta - \sin \theta = n$ হলে প্রমাণ কর যে,
 $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$.

৬. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: ৫ × ২ = ১০
- ক. যদি $\cot\alpha + \cot\beta = a$, $\tan\alpha + \tan\beta = b$ এবং $\alpha + \beta = \theta$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $(a - b)\tan\theta = ab$
- খ. যদি $A + B + C = \pi$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে,

$$\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}.$$
- গ. ABC ত্রিভুজে প্রমাণ কর যে, $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$.

ঘ-বিভাগ: ক্যালকুলাস

৭. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও: ৫ × ১ = ৫
- ক. $f(x) = \cot^{-1}(1 + x + x^2)$ হলে প্রমাণ কর যে,

$$f(0) + 2f(1) + f(2) = \frac{\pi}{2}.$$
- খ. $A = \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$, $B = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$, $f: A \rightarrow B$ এবং
 $f(x) = \frac{x-3}{2x+1}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হয় তবে, ফাংশনটি এক-এক এবং সার্বিক কিনা কারণসহ উল্লেখ কর। f^{-1} নির্ণয় কর।
৮. যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও: ৫ × ৩ = ১৫

ক. মান নির্ণয় কর: $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sec^3\theta - \tan^3\theta}{\tan\theta}$.

খ. x এর প্রেক্ষিতে অন্তরজ সহগ নির্ণয় কর (যে কোন দুইটি):

(i) $\frac{\cos x - \cos 2x}{1 - \cos x}$ (ii) $e^{\sqrt{\ln(\sin x)}}$ (iii) $\cos^{-1}(2x\sqrt{1-x^2})$

গ. $y = (p + qx)e^{-2x}$ হলে প্রমাণ কর যে, $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 4y = 0$

ঘ. যে কোন দুইটির সমাকলন কর:

(i) $\int \frac{1}{1 + \tan x} dx$ (ii) $\int \frac{dx}{(x-3)\sqrt{x+1}}$ (iii) $\int \frac{xe^x dx}{(1+x)^2}$

উত্তরমালা

উত্তরমালা

১. (খ) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

২. (ক) 4989600, 120960 (খ) 246

৩. (খ) $\cos^{-1}\left(\frac{-4}{21}\right), -\frac{4}{3} \hat{A}, -\frac{4}{3}$

৪. (ক) $9x - 20y + 96 = 0$ (খ) $x - 7y + 43 = 0, 7x + y - 49 = 0$

(গ) $x^2 + y^2 - ax \pm ay + \frac{1}{4}a^2 = 0$

(ঘ) $x + y + 4 = 0, x + y - 8 = 0$

৭. (খ) $f^{-1}(x) = \frac{x+3}{1-2x}$

৮. (ক) $\frac{3}{2}$ (খ) (i) $-2 \sin x$ (ii) $\frac{e^{\sqrt{\ln(\sin x)}}}{2\sqrt{\ln(\sin x)}} \cot x$ (iii) $-\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$

(ঘ) (i) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \ln |\cos x + \sin x| + c$ (ii) $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x+1}+2} \right| + c$

(iii) $\frac{e^x}{x+1} + c.$

উত্তরমালা