

এইসএসসি পরীক্ষা ২০১৬ এর মডেল প্রশ্ন (সকল বোর্ডের জন্য)

বিষয়ঃ উচ্চতর গণিত - প্রথম পত্র

সময়ঃ ৩ ঘন্টা

পূর্ণমান-৭৫

ক-বিভাগ: বীজগণিত

১. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$

ক. শূন্য ম্যাট্রিক্স কাকে বলে?

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$ হলে, দেখাও যে, $A^2 + 2A - 11I$ একটি শূন্য ম্যাট্রিক্স।

খ. দেখাও যে, $\begin{vmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ x^3 - 1 & y^3 - 1 & z^3 - 1 \end{vmatrix} = (xyz - 1)(x - y)(y - z)(z - x)$ ।

গ. যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ হয়, তবে A এর বিপরীত ম্যাট্রিক্স নির্ণয় কর।

২. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ১ = ৫$

ক. একজন সংকেত দাতার ছয়টি পতাকা আছে, যাদের ১টি সাদা, ২টি সবুজ ও ৩টি লাল।

(i) তিনি একসঙ্গে ৬টি পতাকা ব্যবহার করে।

(ii) একসঙ্গে ৫টি পতাকা ব্যবহার করে কয়টি বিভিন্ন সংকেত দিতে পারবেন?

খ. "Degree" অক্ষরগুলো থেকে যেকোন ৪টি অক্ষর প্রত্যেকবার নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যেতে পারে?

খ-বিভাগ: জ্যামিতি ও ভেক্টর

৩. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ১ = ৫$

ক. $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ হলে \vec{b} ভেক্টরের উপর \vec{a} এর অভিক্ষেপ ও \vec{a} ভেক্টরের উপর \vec{b} এর অভিক্ষেপ নির্ণয় কর।

খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, যে কোন ত্রিভুজ ABC তে

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

৪. যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ৩ = ১৫$

ক. একটি সরলরেখা $(-2, -5)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং x ও y

অক্ষদ্বয়কে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে যেন

$$OA + 2.OB = 0.$$

O মূলবিন্দু হলে, সরলরেখাটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ. দুটি সরলরেখা $(3, 2)$ বিন্দু দিয়ে যায় এবং $x - 2y = 3$ রেখার সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে। রেখা দুটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ. একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় করো যা y অক্ষকে $(0, \sqrt{3})$ বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং $(-1, 0)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। বৃত্তটির কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

ঘ. $3x + by - 1 = 0$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করে। b এর মান নির্ণয় কর।

গ-বিভাগ: ত্রিকোণমিতি

৫. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$

ক. যদি $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2} \sin\theta$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে,

$$\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2} \cos\theta.$$

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} = 4.$

গ. লেখচিত্র, $y = \sin 2x$, $0 \leq x \leq \pi.$

৬. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ২ = ১০$
- ক. যদি $A + B + C = \pi$ হয়, প্রমাণ কর যে, $\sin(B + C - A) + \sin(C + A - B) + \sin(A + B - C) = 4\sin A \sin B \sin C$.
- খ. প্রমাণ কর যে, $16 \cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{4\pi}{15} \cos \frac{8\pi}{15} \cos \frac{14\pi}{15} = 1$.
- গ. যদি একটি ত্রিভুজে $a^4 + b^4 + c^4 = 2c^2(a^2 + b^2)$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $c = 45^\circ$ বা, 135° .

ঘ-বিভাগ: ক্যালকুলাস

৭. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ১ = ৫$

ক. (i) $A = \{-4, -2, 0, 2, 4\}$ ও $f: A \rightarrow R$ ফাংশনটি $f(x) = x^2 + 2x + 3$ দ্বারা সূচিত হলে f এর রেঞ্জ নির্ণয় কর।

(ii) $f: R \rightarrow R$ ফাংশনটির সংজ্ঞা নিম্নরূপ:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1; & x > 3 \\ x^2 - 2; & -2 \leq x \leq 3 \\ 2x + 3; & x < -2 \end{cases}$$

মান নির্ণয় কর: (i) $f(2)$, (ii) $f(4)$, (iii) $f(-3)$

খ. (i) $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ হলে প্রমাণ কর যে, $f(\cos\theta) = \tan^2 \frac{\theta}{2}$

(ii) $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx-a}$ হলে $f^{-1}(y)$ নির্ণয় কর।

প্রমাণ কর যে, $f^{-1}(x) = f(x)$.

৮. যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও: $৫ \times ৩ = ১৫$

ক. মূল নিয়মে x এর সাপেক্ষে e^{mx} এর অন্তরক সহগ নির্ণয় কর। ৫

খ. x এর সাপেক্ষে অন্তরক সহগ নির্ণয় কর। (যে কোন ২টি)

$$২ \times ২\frac{১}{২} = ৫$$

(i) $\sin^2(\ln x^2)$; (ii) $\tan^{-1} \frac{a+bx}{a-bx}$; (iii) $\tan(\sin^{-1} x)$

গ. $y = x^2 + \sqrt{1-x^2}$ বক্ররেখাটি উপর যে সব বিন্দুতে স্পর্শক x অক্ষের উপর লম্ব তাদের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

ঘ. যে কোন ২টি যোগজ নির্ণয় কর।

$$2 \times 2\frac{1}{2} = 5$$

(i) $\int \frac{x^2 \tan^{-1} x^3}{1+x^6} dx$; (ii) $\int \frac{1}{1+3\cos^2\theta} d\theta$;

(iii) $\int_0^1 x^3 \sqrt{1+3x^4} dx$

উত্তরমালা

১. (গ) $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & -\frac{1}{6} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

২. (ক) (i) 60 (ii) 60 (খ) 7

৩. (ক) $-\frac{9}{\sqrt{6}}, -\frac{9}{\sqrt{14}}$

৪. (ক) $x - 2y = 8$ (খ) $3x - y - 7 = 0, x + 3y - 9 = 0$

(গ) $x^2 + y^2 + 4x - 2\sqrt{3}y + 3 = 0; (-2, \sqrt{3}); 2$ একক।

(ঘ) 2 অথবা, $-\frac{1}{6}$

৭. (ক) (i) $\{3, 11, 27\}$. (ii) i. $f(2) = 2$, ii. $f(4) = 11$, iii. $f(-3) = -3$

(খ) (ii) $f^{-1}(y) = \frac{ay + b}{cy - a}$

৮. (ক) me^{mx} (খ) (i) $\frac{2}{x} \sin(4 \ln x)$ (ii) $\frac{ab}{a^2 + b^2 x^2}$ (iii) $(1-x^2)^{-3/2}$

(গ) $(-1, 1), (1, 1)$

(ঘ) (i) $\frac{1}{6} (\tan^{-1} x^3)^2 + c$ (ii) $\frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{\tan\theta}{2} \right) + c$ (iii) $\frac{7}{18}$